

Libros de **Cátedra**

Cálculo Actuarial del Seguro de Personas

Nociones Fundamentales

Ana María Buzzi

FACULTAD DE
CIENCIAS ECONÓMICAS

S
sociales


Eduulp
EDITORIAL DE LA UNLP



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE LA PLATA

CÁLCULO ACTUARIAL DEL SEGURO DE PERSONAS

NOCIONES FUNDAMENTALES

Ana María Buzzi

Facultad de Ciencias Económicas



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE LA PLATA



Para Manuel Agustín Mendoza Peña,
quien desde su nacimiento (23-11-2020) ha llenado de alegría mi corazón

Agradecimientos

En este texto se cita una frase atribuida a René Descartes (1596 – 1650) que dice: *..” Daría todo lo que sé, por la mitad de lo que ignoro”...*

Esta obra podría empezar así, porque el convertirlo en realidad para vuestra lectura, me permitió comprobar que uno enseña aquello que más quiere aprender, sensación compartida con algunos de mis colegas de la Facultad de Ciencias Económicas y de otros ámbitos académicos, laborales y profesionales, a quienes agradezco, no solo su trabajo científico, sino su permanente entusiasmo por acompañar y participar activamente de cada idea que les fue expuesta por mí.

En verdad, todas las páginas de éste trabajo deberían ser tributo y agradecimiento a aquellos que a sabiendas o no, lo han hecho posible:

- A mi Familia, que me ha ayudado, contenido, cuidado y animado desde que tengo memoria
- A mis Amigos, que conociéndome profundamente, me han brindado lo mejor que un ser humano puede sentir: saber que al extender la mano, levantar la mirada, sonreír, llorar, hablar, callar, siempre están *compartiendo todo sin condiciones*.-
- A la Magister Leticia Martínez Martiñon, a quien tuve el honor de conocer en su ciudad natal México (DF), profesional de destacada trayectoria en la materia y que con paciencia y dedicación gentilmente ha realizado el prólogo de esta edición y la revisión del texto.-
- Al Magister Mario Esteban Cittadini y al Contador Público Leandro Eduardo Pinea, quienes con gran profesionalismo colaboraron de manera inestimable con sus aportes y en las correcciones del texto.-
- A mis colegas docentes de la cátedra Matemática para Decisiones Empresarias de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de La Plata, que a lo largo del arduo camino recorrido, siempre entendieron la importancia de nuestra labor como educadores, para afrontar nuevos y viejos desafíos.-
- A mis Maestros y Profesores.-
- A las autoridades de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de La Plata, que a lo largo de toda mi labor como docente, han brindado una apoyo inestimable en diferentes períodos de gestión.
- A mis Estudiantes, razón y sentido de nuestro *“Ser docentes”*.

Cuando puedas medir aquello de lo que hablas, y expresarlo con números, sabes algo acerca de ello; pero cuando no lo puedes medir, cuando no lo puedes expresar con números, tu conocimiento es pobre e insatisfactorio: puede ser el principio del conocimiento, pero apenas has avanzado en tus pensamientos a la etapa de Ciencia.

(William Thomson Kelvin -1824-1907)

Índice

Prólogo	7
Introducción	9
Capítulo 1	
Aplicaciones biométricas del cálculo de las probabilidades	13
Capítulo 2	
Algunas consideraciones sobre Tablas de Mortalidad	26
Capítulo 3	
Cálculo Actuarial del Seguro de Personas	41
Capítulo 4	
Prima Comercial	83
Capítulo 5	
Seguro colectivo	98
Capítulo 6	
Sistema Previsional para Profesionales	106
Bibliografía y sitios web consultados	129
Anexos	131
La autora	140

Prólogo

A lo largo de la historia reciente de la Educación en Técnicas Actuariales, nos encontramos en el idioma español con escaso material para la enseñanza.

Aunque se ha ido generando material de calidad y con ejercicios prácticos, en la Educación Superior en México y en España principalmente, siguen siendo referencia los libros en idioma Inglés.

Hoy el acceso a la tecnología, permite visualizar una mayor bibliografía sobre el tema de Ciencias Actuariales y las técnicas enfocadas a Seguros.

En la presente obra, ***Cálculo Actuarial del Seguro de Personas. Nociones Fundamentales***, la autora aprovecha el uso de las técnicas actuariales y su maestría en la docencia para desarrollar cada uno de los temas de una manera práctica y resumida.

Al realizar ejercicios prácticos sobre la modalidad del tipo de cobertura que ofrecen los seguros de personas le da sentido a la teoría y a su aplicación en casos reales, lo cual facilita su entender.

Desarrolla la teoría de los Seguros de Personas en el ámbito asegurador y se involucra en el desarrollo de uso de las técnicas actuariales en Seguridad Social y en los Seguros de Salud.

En el estudio de las matemáticas Actuariales para su utilización en el cálculo del valor de una Prima de Riesgo, Prima de Tarifa o Prima Comercial y la Estimación de las Reservas Matemáticas a constituir, se tienen dos leyes que entran en juego, la ley de mortalidad y la ley financiera, las cuales se detallan en los primeros apartados del mismo, entendiendo la vinculación entre estas dos leyes nos permite implementar su influencia en el cálculo de las primas asociadas a los Seguros de Personas.

Después se desarrolla el tema de las Anualidades Contingentes y los seguros cuyo beneficio se paga si la persona fallece (cobertura de riesgo muerte), así como la combinación de la condición de sobrevivencia de quién contrata los seguros (Anualidades o pago único) o si fallece quien contrata el seguro y entonces se otorga un valor monetario a sus beneficiarios.

La combinación de estos dos tipos de coberturas (sobrevivencia y muerte) también se explica su cálculo en un solo producto.

Una vez que desarrolla el cálculo de las primas de seguros de personas entonces introduce el tema de la estimación de las Reservas Matemáticas, elemento clave para visualizar la suficiencia financiera de los productos de Seguros de Vida.

El valor de las Reservas Matemáticas al ser comparado con el valor real de lo cobrado en prima y lo manejado en inversión para un determinado producto, muestra sí la ley de mortalidad

y la ley financiera involucradas de manera teórica en el producto diseñado se están cumpliendo o si existe cierta desviación, por lo cual es útil saber calcularlas.

Una vez desarrollada las técnicas actuariales para los seguros de vida, la autora nos ofrece la aplicación de las mismas en la Seguridad Social, a través del cálculo de una pensión, dependiendo del esquema de financiamiento y el tipo de beneficios definido.

Por último en el tema de Seguros de Personas, introduce el concepto y cálculo de algunos elementos del Seguro de Salud y su uso en el contexto Argentino.

Mg. Leticia Martínez Martiñon

República Dominicana, Julio de 2022

Introducción

El aprendizaje es experiencia, todo lo demás, es información

Albert Einstein

A modo de introducción, un poco de historia

El concepto de número y asignación de grafías están motivados por dos grandes temas que preocupaban al hombre desde tiempos prehistóricos: la resolución de problemas económicos y el deseo de conocer la astronomía.

En todas las sociedades que han sido estudiadas hasta ahora existió la necesidad de contar y registrar números; distinguieron entre uno y muchos; uno, dos y muchos; otros fijaron como base los cinco dedos de una mano, contando de cinco en cinco; otros los diez de las dos manos o los veinte de manos y pies, o incluso algunos pueblos adoptaron la base sexagesimal.

Leopold Kronecker (nacido en Liegnitz, actual Legnica en Polonia, 7 de diciembre de 1823 y fallecido en Berlín, Alemania, el diciembre de 1891) fue un matemático alemán, autor de una frase muy conocida: "Dios hizo los números enteros; el resto es obra del hombre" (Bell 1986, p. 477).

Seguramente saben que el inicio de los seguros y las coberturas comerciales y personales nacen alrededor del año 2500 a. C., con el perfeccionamiento de la escritura que permite registrar y transmitir sin alteraciones, se produce la expansión del comercio entre ciudades, Ur, Ashur y Kanesh, extendido después hacia China, el Mar Negro y el Mediterráneo, y debido a la pérdida de mercancías por la continua piratería sobre las caravanas y los navíos, los mercaderes aceptaban préstamos mucho más caros que el correspondiente a la expedición¹. A cambio se liberaban del pago del mismo si la expedición no llegaba a buen término. Era una especie de **seguro**, si se interpreta que la prima de riesgo es la diferencia entre el interés corriente y el pagado.

Este instrumento financiero más tarde sería el "préstamo a la gruesa ventura", que se extendió a todo el comercio marítimo y perduró durante muchos siglos. Y en el ámbito de las personas, otro germen de la actividad aseguradora existía ya en Babilonia, con las organizaciones de

¹ Tomado de Matemática financiera y matemática actuarial. Una aproximación a su origen y evolución hasta el siglo XVIII. LECCIÓN INAUGURAL CURSO 2018 / 2019 Dra. Flor María Guerrero Casas. Sevilla 2018. 19-12-2021

gremios para prever indemnizaciones por accidentes de trabajo o por muerte, asociaciones que se repiten en Grecia y Roma.

Y en Egipto aparece un antecedente al seguro de decesos. Con el pago de cuotas, los asociados se aseguraban que el resto de miembros afrontara los caros ritos funerarios y el consuelo de la familia.

Se considera como primer seguro explícito el referido al navío Santa Clara cuya ruta era Génova-Mallorca. Sin embargo, para fijar la prima de riesgo solo se tenía en cuenta la experiencia y la información informal que podían obtener los mercaderes.

La obra *Della mercatura et del mercante perfetto*, cuya autoría pertenece a Benedetto Cotrigli, publicada en 1458, contiene un apartado dedicado a los seguros marítimos en el que recomienda que para

(...) suscribir un seguro es necesario reunir todas las noticias marítimas con especial atención, y averiguar constantemente acerca de los piratas, guerras, treguas, represalias y todo lo que perturba el tránsito por el mar, hay que tener mapas de navegación en el escritorio y un buen conocimiento de los puertos y playas, y de la distancia entre un lugar y otro; también hay que tener en cuenta la condición de los capitanes, de los mercaderes que se aseguran, de los barcos; y también debe considerarse la mercadería (Ceccarelli, 2007; p. 5).

¡Es decir, hay que llevar “actas”, de allí que quienes realizaban las actas, eran entonces?....., ¡siiiiii! ¡¡¡Los actuarios!!!

Este texto, en el que encontrarán muchos “números”, “símbolos”, “fórmulas”, “relaciones de equivalencia”, fue preparado intentando compartir una mínima parte del amplio espectro del conocimiento del denominado “cálculo o matemática actuarial” aplicado al seguro de personas.

Lo primero que probablemente surja al leer el párrafo anterior, es ¿cuál es el objeto de estudio de esa parte de las Ciencias Económicas?

La respuesta, nada sencilla pero esquemática, sería que la **actuaría** es la disciplina que aplica modelos estadísticos y matemáticos para la evaluación de riesgos, la evaluación de impacto en los rendimientos, el cálculo adecuado de las denominadas “primas” de los seguros de vida (y no vida, que no son objeto de esta obra), la determinación de las magnitudes de estabilidad de los entes (públicos o privados) y el consecuente análisis de solvencia de los mismos.

Cabe destacar que este trabajo no pretende abarcar todos los aspectos vinculados a esta disciplina, sino solo sus conceptos fundamentales, dado que la actuaría es una carrera universitaria de grado, de manera que el objetivo es introducir al lector en sus nociones básicas.

A lo largo de las páginas que siguen, entonces, se van a encontrar con un conjunto de conceptos vinculados a “probabilidad”, “estadística”, “finanzas”, “economía” y una larga lista de etcéteras, que espero les sean útiles para despertar sus inquietudes por esta disciplina que ha sufrido un cambio casi “revolucionario” con la aparición en los últimos años, de

computadoras de alta velocidad que permiten desarrollar una sinergia entre los modelos actuariales y la teoría financiera.

Pero no siempre fue así, por cierto, Blaise Pascal inventa una máquina para calcular, la llamada **Pascalina** y no podemos avanzar sin mencionar la **ley de los grandes números** por su importancia en la ciencia actuarial.

Está basada en el “teorema dorado” de Jakob Bernoulli a quien le costó veinte años conseguir una demostración suficientemente rigurosa, publicada en su “Ars Conjectandi”, demostración que posteriormente completó y nombró Siméon-Denis Poisson (1781-1840):

(...) La contribución fundamental de Jakob Bernoulli a la teoría del azar consistió en proporcionar una definición estricta de probabilidad, basada en el supuesto que se podía “aprender” a partir de la experiencia y demostrar que este aprendizaje era cuantificable a través de un proceso de inversión que vincula a las probabilidades “a priori” –definidas a partir de un razonamiento que va de las causas a los efectos- con las probabilidades “a posteriori” –definidas a partir de un razonamiento que va de los efectos a las causas, de las frecuencias observadas de un resultado de naturaleza eventual al supuesto “verdadero valor” de la probabilidad de su ocurrencia. La consecuencia de esta revolucionaria propuesta fue la primera ley de los grandes números.² (Alberto Landro. 2016. p. 9)

Es decir que por la ley de los grandes números, en la medida que el número de casos expuestos a riesgo es mayor, la posible desviación del resultado de la probabilidad de que ocurra es menor.

Abraham De Moivre (1667-1754), algunos de cuyos aportes científicos leerán en estas páginas, analizó la probabilidad condicional, introdujo la distribución de frecuencias, la desviación media y la función generatriz de probabilidad. Y como los matemáticos de los siglos XVI y XVII habían perdido el miedo al paso al infinito, que tenían los griegos, De Moivre formuló la aproximación de una distribución específica como límite de la distribución binomial y estableció su forma integral, la que más tarde se llamó distribución normal.

Aplicando estos nuevos conceptos se perfeccionan los trabajos de supervivencia y mortalidad y se realizan importantes estudios empíricos que dan lugar a las tablas de mortalidad, imprescindibles para resolver cualquier operación financiera ligada a la biometría.

Precedentemente, hablamos de riesgo, ahora bien, ¿Qué características tiene el que aquí trataremos?

- Debe ser algo **posible**
- Debe ser **impredecible**
- Por lo tanto, debe ser originado por algo **fortuito**

² Landro Alberto y Gonzalez Mirta: Acerca del problema de Bernoulli y la determinación del verdadero valor de una probabilidad. Ediciones Cooperativas. Buenos Aires. 2016

- Debe ser **valorable en dinero**, de contenido económico.
- Debe ser **concreto**
- Debe tener objeto **lícito**.

Con esta breve introducción, entonces solo me resta invitarlos a recorrer las páginas que siguen...

Darí­a todo lo que sé por la mitad de lo que ignoro

René Descartes

CAPÍTULO 1

Aplicaciones biométricas del cálculo de las probabilidades



3

³ Imagen tomada de:

https://www.google.com/search?rlz=1C1JZAP_esAR973AR973&sxsrf=ALiCzsb6z_poOmQZAXorY-wzSbWDTGPhuQ:1664823830575&source=univ&tbn=isch&q=imagenes+actuary&fir=zKtbqZHjgaSuRM%252C_Qo-IN7pRg5aeM%252C_%253BIH6gZkqDqLZLLM%252CFfGdoUzV0uoXbM%252C_%253BIkBCvV1LFUmd_M%252C_Qo-IN7pRg5aeM%252C_%253BeAdlcHSirGnEuM%252C0IH01DgaMLsx9M%252C_%253Bm69vrP0YRGNMeM%252C-KsN7w6vvpF4eM%252C_%253B1VWkX-hgu4wj5M%252C0IH01DgaMLsx9M%252C_%253BbaJy_ANw2XfEWM%252CSUMZX7x6Cbzk2M%252C_%253Bx6Mj0S246JogUM%252CAExH86W2ltmTM%252C_%253BaQGsb5UadKA11M%252C-KsN7w6vvpF4eM%252C_%253Bkvr8ulVky4whqM%252C_Qo-IN7pRg5aeM%252C_&usq=A14_-kSipGyGQ2wyOhC8nyi07opsaMxDzw&sa=X&ved=2ahUKewjXrKOI4MT6AhUlRjUCHVQ2C2sQ7AI6BAqIEDM&biw=1366&bih=617&dpr=1

Aplicaciones biométricas del cálculo de las probabilidades

Como paso previo a los temas a tratar en este capítulo, es dable recordar que, entre otros guarismos, las operaciones financieras (toda acción que produzca, por desplazamiento en el tiempo, una variación cuantitativa del capital) se pueden clasificar en:

- a) **De término cierto:** cuando para que se cobren o paguen, solo es necesario el transcurso del tiempo pactado.
- b) **Contingentes, inciertas o actuariales:** cuando para que se cobren o paguen, es necesaria la ocurrencia de un hecho aleatorio, dependiente del azar.

En este texto, nos concentraremos en la valuación de algunas de estas últimas, las vinculadas a la supervivencia de las personas.

El actuario – Conceptualización

Actuario: deriva de la voz latina “Actuarius”. Durante el imperio romano era una palabra común a diversas profesiones.

Se utilizaba para designar al secretario que levantaba “**acta**” de las sesiones del Senado o intervenía en diferentes actos, como matrimonios, nacimientos, etc.

Según el Diccionario de la Real Academia Española⁴: es la persona que interviene con fe pública en la tramitación de autos procesales.

¿A que se denomina “Ciencia Actuarial”?

En términos generales, se denomina así a la que se ocupa del estudio de los principios básicos y estructurales de la actividad aseguradora, tanto en su aspecto financiero como técnico, matemático y estadístico, en orden a la obtención de un equilibrio en los resultados.

Antecedentes de la modernidad

- Ordenanzas de seguros marítimos⁵:

Los diferentes autores sobre la materia coinciden en destacar al seguro marítimo como la primera forma de seguro que existió, dado que su surgimiento se dio en los pueblos antiguos como consecuencia de la necesidad de los comerciantes de protegerse frente a los numerosos peligros que ofrecía la navegación marítima.

Se dice que en donde se han encontrado vestigios de una ley expresa sobre la materia vigente es en la isla de Rodas (Grecia), alrededor del año 400 antes de la Era Cristiana, cuando la ciudad de Rodas incorporó en su legislación la

⁴ <https://dle.rae.es/actuario>. 19-12-2021

⁵ Tomado de https://escuelajudicialpj.poder-judicial.go.cr/Archivos/documentos/revs_juds/rev_jud_89/08%20EL%20CONTRATO%20DE%20SEGURO%20MAR%C3%8DTIMO.htm. Lic. Juliana Cristina Rincón. Consultado el 8-1-2022

institución de la avería gruesa o común también llamada Ley de la echazón. Dicha regulación estableció la obligación de los propietarios de las mercancías de distribuirse el costo de la siniestralidad ocurrida en el mar.

Por otro lado, hay quienes indican que el seguro marítimo se remonta posiblemente a una institución romana llamada “Foenus Nauticum” que llegó hasta nosotros como “préstamo a la gruesa”. Dicha institución consistía en el mutuo sobre una suma de dinero cuyo pago era garantizado por el naviero con un derecho real sobre la nave (bottomry), o sobre la carga. A cambio del préstamo y si la aventura marítima tenía éxito, el armador o naviero se comprometía a pagarle al prestamista el capital más un interés. Si, por el contrario, ocurría algún evento que causara la pérdida de la nave, como su hundimiento, el banquero perdía el préstamo y los intereses. Se puede decir que esta transacción se dio como la primera forma de transferencia del riesgo por parte del propietario del barco a otra parte, en este caso el prestamista.

Pese a las diferentes opiniones al respecto, Los historiadores reconocen unánimemente que los primeros contratos de seguro marítimo surgieron en Italia a principios del siglo XIV, y las leyes genovesas de la segunda mitad del mismo siglo son las primeras que se conocen sobre la materia. En el siglo XV el seguro fue regulado en las Ordenanzas de Bilbao y en las de Barcelona - años 1432, 1435, 1452, 1458 y finalmente 1484- y posteriormente las Ordenanzas de Burgos de 1538 y 1560. (Lic. Juliana Cristina Rincón. Revista Judicial, Costa Rica, N° 89, Julio 2008. P.183)

- Los Seguros de vida aparecieron un poco más tarde, durante el siglo XVII, con la incorporación de las técnicas estadísticas desarrolladas en la época, y es así que algunos consideran que la ciencia actuarial como tal, tiene su inicio en el año de 1693, con el artículo publicado por Edmund Halley titulado:” Un estimado del grado de mortalidad de la humanidad, obtenido de varias tablas de edades y funerales en la ciudad de Breslaw”

La historia no es blanca o negra: Breslaw, la ciudad perdida⁶



¿Qué es un Actuario?

Precedentemente, ensayamos definiciones y conceptos vinculados a la etimología de la palabra, ahora, seremos un tanto más precisos:

- Es un profesional que se ocupa de las repercusiones financieras de los contextos de riesgo e incertidumbre.
- Proporciona evaluaciones de expertos de sistemas de garantía financiera, con especial atención a su complejidad, sus matemáticas y sus mecanismos.
- Evalúa matemáticamente la probabilidad de eventos y cuantifica los resultados contingentes con el fin de minimizar los impactos de las pérdidas financieras asociadas con los eventos indeseables e inciertos.

Debido a que muchos eventos, como la muerte, la enfermedad, la invalidez, etc., no se pueden evitar, es útil tomar medidas para minimizar su impacto financiero en caso de ocurrencia.

Planificación Actuarial

Elementos y Funciones:

En la determinación del Valor Actual Actuarial (VAA) de las prestaciones y del Valor Actual (VA) de los aportes a, por citar alguno, un sistema previsional, intervienen los siguientes elementos y funciones:

- a) **Elementos demográficos:** el censo de partida o información de los beneficiarios.

⁶ Foto tomada de <https://es.scribd.com/document/150882447/La-Historia-No-Es-Blanca-o-Negra-04>. Consultado el 8-1-2022

- b) **Elementos biométricos:** la probabilidad de ocurrencia del hecho objeto del seguro, como la enfermedad, el fallecimiento, la jubilación o la invalidez, etc.
- c) **Elementos financieros:** el tipo de interés técnico, que denominaremos i .
- d) **Elementos económicos:** los salarios y las cuantías de las prestaciones, así los como capitales asegurados, entre otros.
- e) **Funciones biométricas:** las probabilidades de vida y muerte, sobre una o más cabezas, (P_{xt}), calculadas en función de las distintas probabilidades independientes.
- f) **Funciones financieras:** los factores de descuento $v: \left(\frac{1}{1+i}\right)$ y $v^n: \left(\frac{1}{(1+i)^n}\right)$ y los de capitalización $(1+i)$ y $(1+i)^n$.
- g) **Funciones financieras y actuariales:** ${}_nE_x = v^n \cdot {}_n p_x$
- h) **Función de rentas financieras:** $a_{n:i}$
- i) **Función de rentas actuariales:** a_x y $a_{x:n}$

Cada uno de los cuales desarrollaremos brevemente en las siguientes páginas de este trabajo.

Elementos Demográficos

Demografía

Etimológicamente proviene del griego: demos (habitantes de un pueblo, masa de pueblo, ciudadanos) y graphia (escribir)

Según el diccionario demográfico multilingüe de Naciones Unidas podemos definir el concepto de demografía como: “una ciencia que tiene como finalidad el estudio de la población humana y que se ocupa de su dimensión, estructura, evolución y caracteres generales considerados fundamentalmente desde un punto de vista cuantitativo” (Diccionario Demográfico Multilingüe. Segunda Versión a cargo de Guillermo A. Macció. 1985. CELADE. p.17)

- *Dimensión:* hace referencia al tamaño de la población.
- *Estructura:* la población se estudia según distintos caracteres que la divide en subpoblaciones de interés, tales como: género, edad, lugar de residencia, estado civil, etc.
- *Evolución:* en tamaño, evolución temporal, etc.
- *Caracteres generales:* más propios de otras ciencias como la biometría, psicometría o genética. (*Estado de salud, coeficiente intelectual, código genético, etc...*)

Es dable destacar que la definición considera una población formada por individuos, como un conjunto al que se le puede asociar distribuciones estadísticas que pueden ser estudiadas a través de los datos obtenidos en las fuentes disponibles.

Hay que tener presente también que no todo lo cuantitativo asociado a poblaciones humanas se encuadra en el concepto de demografía, obviamente sí, la **edad** y el **género** son consideradas variables fundamentales, como también es importante el **estado civil**.

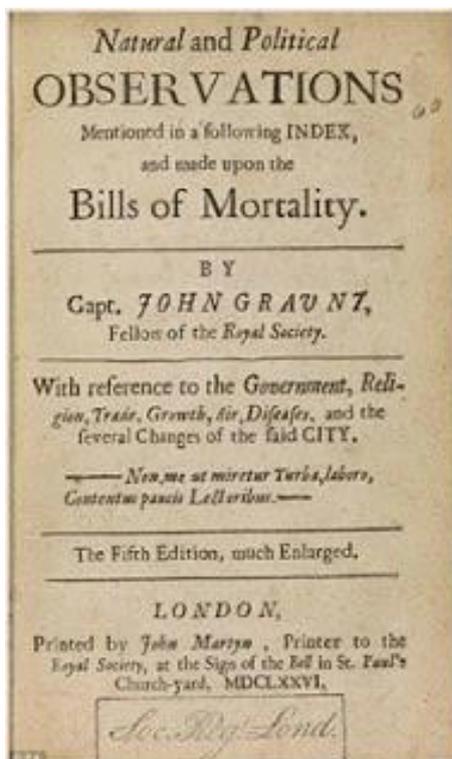
Las primeras ideas sobre la tabla de vida fueron desarrolladas por John Gran en su libro "Natural and Political Observations made upon the Bills of Mortality",

publicado en 1662, en el cual se presentó información referida a una generación de personas, la cual se reducía gradualmente por defunciones. Como aspecto de interés histórico valga mencionar que dicha tabla de sobrevivientes partía de 100 personas de edad 0, de las cuales sobrevivían 64 a la edad 6, 40 a la edad 16 y sólo 25 a la edad de 26 años, según podemos leer en el texto “Tablas de Mortalidad” de Antonio Ortega. Centro Latinoamericano de Demografía (CELADE). 1987. Prologo p.viii. San José de Costa Rica.

John Graunt (1620-1674), entonces, es el primer experto en demografía y epidemiología, que basándose en registros de 30 años, efectuó predicciones del número de personas que morirían de varias enfermedades y de las proporciones esperadas de nacimientos de varones y mujeres.

Su obra “*Natural and Political Observations on the Bills of Mortality*” (Observaciones naturales y políticas sobre los proyectos de ley de mortalidad), mencionada precedentemente, representa la primera aproximación de una tabla de mortalidad y tuvo gran repercusión en los países europeos. Dos décadas después de su muerte, con métodos similares a los actuales, se considera que las primeras tablas de mortalidad son las realizadas por el astrónomo, matemático y físico inglés, Edmund Halley (1656-1742).

Además de calcular la trayectoria del cometa que lleva su nombre, elaboró las tablas a través de “**Una estimación de los grados de mortalidad humana**”, extraídos de las tablas de nacimiento y los funerales en la ciudad de Breslaw; (cuya foto precede este apartado) con un intento de determinar el precio de las rentas vitalicias”, obra que es publicada por la Royal Society, en 1693, que creó un comité para examinar la obra y emitió un informe favorable. El rey Carlos II de Inglaterra, se interesó por la obra y lo propuso como miembro.



En ella, además, realizó un análisis pionero para valorar el problema de la venta de anualidades que dependen de dos vidas, o sobre dos cabezas, ya que en esos años en Londres se las vendía y se debían abonar al suscriptor y, en caso de fallecimiento, a su viuda.

Después de transcurrir más de tres siglos, la demografía ha evolucionado enormemente, pero las innovaciones metodológicas introducidas por Graunt son actualmente técnicas estadísticas básicas para científicos y demógrafos.

Es dable recordar también, que la palabra **demografía** apareció, por primera vez, en la obra de Achille Guillard (1799-1876) titulada “*Éléments de statistique humaine on démographie comparée*” (Elementos de estadísticas Humanas sobre demografía comparada) en 1855.

Algunos hitos de la historia de la demografía

- Adam Smith (1723-1790): parte de la armonía natural entre economía y demografía, haciendo depender el tamaño de una población tanto de su mano de obra como de la productividad de la tierra.
- Thomas Malthus (1776-1834): defendía la necesidad de poner freno al crecimiento de la población ya que, en otro caso, esta crecería en progresión geométrica mientras que los medios de subsistencia lo harán en progresión aritmética.
- En tanto para Karl Marx (1818-1883), sostenía que cada modo histórico de producción tiene su propia ley de población.

Los procesos demográficos determinan

- La estructura de una población y su evolución (refieren a nacimientos, defunciones y migraciones)
- Están condicionados en parte por fenómenos sociales, culturales, económicos, políticos, religiosos, sanitarios, etc.

Por tanto, podemos concluir que la demografía estudia las características y evolución de un colectivo humano, bajo determinados supuestos sociales.

Elementos biométricos

Teoría de la supervivencia de las personas

Cualquiera que fueran las bases técnicas utilizadas, sobre las que se apoye la teoría, diremos que es la que trata de determinar una sucesión de valores para un grupo inicial de personas “ l_x ”, partiendo de la edad inicial, que denominaremos “ x_0 ”, a medida que aumenta el índice x , es decir la edad, mida la evolución del fenómeno de la supervivencia para cualquier intervalo de tiempo.

La observación del fenómeno de supervivencia o mortalidad, según se mire, no depende solo de la edad del individuo, sino de muchos otros factores, como la diversidad climática del lugar donde habita, las condiciones sanitarias, epidemiológicas, sociales, económicas, las del ejercicio de la profesión, oficio, empleo que detentan, etc., pero a lo largo de este texto, tomaremos la variable etaria, como determinante.

Es dable aclarar, que cuando nos referimos al individuo de edad “x”, no es que lo consideramos un caso aislado, sino como parte integrante del grupo inicial bajo observación, de manera que siempre se alude al grupo al cual pertenece y lo que se atribuye al sujeto está estrictamente relacionado con el grupo.

En el poema “El Amenazado” escrito por Jorge Luis Borges en 1972, podemos leer en uno de sus versos: “.....Estar contigo o no estar contigo, es la medida de mi tiempo.....” (p.1)

Entonces: ¿¿El tiempo, se puede medir de diferentes maneras??

Para los actuarios, el tiempo, antes que nada, puede considerarse en una doble acepción:

- a) Como **tiempo "físico"**. Es decir, como soporte de la existencia; así se habla de una fecha determinada, de un instante concreto, etc.
- b) Como **tiempo "biométrico"**. Esto es, como "medida de vida" de los elementos integrados en el grupo poblacional considerado. Por supuesto que esa "medida de vida" es la edad.

Lo que denominamos **tiempo biométrico**, es decir la edad, será el elemento fundamental para el cálculo actuarial; efectivamente, esta se convertirá en la característica diferencial para los distintos grupos humanos, mientras, el fenómeno causante del riesgo será el momento de ocurrencia de la **muerte**.

En este sentido conviene recordar que la ciencia que estudia la supervivencia de los seres humanos es la **Biometría**, valiéndose del empleo de modelos estadísticos.

Entonces, ¿qué es la Biometría?

Biometría (del griego *bios*: vida y *metrón*: medida) es la parte de la biología que trata de la aplicación de los métodos estadísticos y de las matemáticas, al estudio de los fenómenos vitales.

En el capítulo siguiente, mostraremos las denominadas “funciones biométricas elementales”, llamadas así porque son dependientes solo de la variable “x”, es decir la edad, medida en años, es decir que esa es la “unidad de tiempo”.

Según el Diccionario de la Real Academia Española, “es el estudio mensurativo o estadístico de los fenómenos o procesos biológicos.”⁷

La modernidad, descubrió que también, es el estudio automático para el reconocimiento único de humanos basado en uno o más rasgos conductuales o rasgos físicos intrínsecos.

Es además, el conjunto de métodos de la Estadística Actuarial que se ocupa, fundamentalmente, del estudio de la supervivencia de los elementos de cualquier población sujeta a un proceso de envejecimiento.

El modelo biométrico es un modelo estocástico, en el sentido que incluye en su estructura por lo menos a una variable aleatoria, esta es la variable “x”, que llamaremos edad, y que representa el tiempo biológico transcurrido desde el instante del nacimiento del individuo hasta el de su fallecimiento, o hasta un momento determinado previamente.

Este último concepto nos lleva entonces, a la Teoría de la Supervivencia, breve y previamente descrita, que se asienta sobre dos hipótesis fundamentales:

⁷ Consultar en: <https://dle.rae.es/biometr%C3%ADa>

- a) **Hipótesis de independencia:** significa que dado un grupo demográfico de N cabezas, se supone que el fenómeno de la mortalidad es independiente, es decir, que no existe interacción entre las mismas, no teniéndose en cuenta la mortalidad por contagio ni la que se deriva de la acción voluntaria de cualquiera de ellas sobre las demás.
- b) **Hipótesis de homogeneidad:** significa que los individuos objeto de estudio, forman un grupo homogéneo respecto al fenómeno de la mortalidad, que sólo viene determinado por la edad y el género.

El poeta y escritor uruguayo **Eduardo Galeano**, en su obra *El libro de los Abrazos*, **nos enseñaba que:** “RECORDAR: Del latín re-cordis, volver a pasar por el corazón...” (Galeano Eduardo, 1989, p. 4)

Así que recordaremos algunos conceptos que hemos aprendido en otra disciplina, como es la Matemática Financiera o Cálculo Financiero.

Funciones Financieras y Actuariales

Consideraciones a tener en cuenta en orden a los factores de capitalización y actualización:

Denotaremos con la letra *i*, como ya mencionamos, a la **tasa de interés técnico** y será utilizada para entre otras funciones, determinar el valor de las primas del cálculo actuarial.

Sabemos que:

- i = tasa de interés efectiva anual.
- $v = (1+i)^{-1}$: factor de actualización financiero, valor actual de una unidad monetaria en la unidad de tiempo.

Luego, llamaremos **factor de actualización actuarial**, al valor actual actuarial a la edad x del capital unitario pagadero a la edad $x+t$ si la persona se encuentra con vida.

Su fórmula de cálculo está dada por la siguiente expresión:

$$E_{(x;t)} = p_{(x;t)} * (1+i)^{-t}$$

Donde:

$E_{(x;t)}$: factor de actualización actuarial

$p_{(x;t)}$: probabilidad que tiene una persona de edad “ x ” de llegar con vida a la edad “ $x+t$ ”

$(1+i)^{-t}$: valor actual unitario a tasa i , por los “ t ” períodos considerados

Al hablar del concepto de biometría, establecimos que la mortalidad es un proceso estocástico, de manera que así lo analizaremos, desarrollando entonces, algunas variables vinculadas.

¿A que llamamos Eventos y Probabilidades?

Como quedo expresado, analizaremos el fenómeno de la mortalidad como un proceso estocástico, entonces, definimos:

- Variable aleatoria: edad $-x-$
- La variable toma valores entre: $0 < x < \omega$, donde ω es la edad límite que se considera inalcanzable (salvo casos excepcionales, por ej. 110 años).
- Suponemos una población homogénea, para la cual la probabilidad de fallecimiento puede considerarse solo función de la edad.
- Consideraremos los eventos en intervalos discretos anuales y edades enteras.
- Los eventos son mutuamente excluyentes (la persona fallece a una edad o a otra).
- Los eventos en su conjunto son completos, esto es: para todos los casos posibles su suma será igual a uno.

Probabilidad: Origen etimológico: Del latín, y más exactamente de la palabra **probabilitas**, que está formada por la unión del verbo **probare** que puede traducirse como “comprobar”, el sufijo **-bilis-** que equivale a “posibilidad” y el también sufijo **-tat-** que lo que viene a indicar es una “cualidad”.

De la estadística metodológica aprendimos que se basa, en lo referente a un fenómeno abstracto de probabilidad constante, en la teoría de las pruebas repetidas.

Probabilidad entonces, permite resaltar la característica de probable (es decir, de que algo pueda ocurrir o resultar verosímil).

Se encarga de evaluar y permitir la medición de la frecuencia con la que es posible obtener un cierto resultado en el marco de un procedimiento de carácter aleatorio.

Es la razón entre la cantidad de casos favorables y la cantidad de casos posibles.

Notaciones a utilizar:

Llamaremos:

“p”: probabilidad de supervivencia

“q”: probabilidad de fallecimiento.

La notación internacional utiliza un subíndice a la derecha (p_x) para indicar la edad actual y otros subíndices a la izquierda que definen los límites de tiempo del evento considerado (${}_n p_x$), que debe leerse como la probabilidad que tiene una persona de edad x , de vivir n años más.

En particular para un año de supervivencia, se omite este último subíndice.

De modo que: $p_x + q_x = 1$

Existen otros autores que utilizan notación de tres campos. Se pueden expresar, como sigue:

- **En función de plazos:** $q_{(x;h;n)}$

El 1er campo indica la edad de valuación: x

El 2do campo indica el plazo de diferimiento entre el momento de valuación y el inicio del riesgo: h

El 3er campo indica la duración del riesgo en años: n

- **En función de edades:** $q_{(x,x+h,x+h+n)}$

El 1er campo indica la edad de valuación: x

El 2do campo la edad de inicio del riesgo: $x+h$

El 3er campo la edad de finalización del riesgo: $x+h+n$

Precedentemente, mencionamos casi al pasar, el plazo de diferimiento entre el momento de valuación y el inicio del riesgo, de manera que entonces debemos hablar de **Probabilidad diferida**: La probabilidad asociada al año genérico t , se define como una probabilidad de fallecimiento anual diferida, que viene dada por la siguiente fórmula:

$$q_{(x;t-1;1)} = q_{(x;x+t-1;x+t)} = t-1/q_x$$

Este valor representa la función de frecuencia de la variable aleatoria.

La suma de todas las probabilidades anuales diferidas es igual a 1:

$$\sum_{t=1}^{\omega-x} q_{(x;t-1;1)} = 1 = q_{(x;0;\omega-x)}$$

Probabilidad acumulada

La probabilidad de que una persona de edad x fallezca antes de alcanzar la edad $x+n$ será:

$$P [x \leq x+n] = q_{(x; 0;n)} = \sum_{t=1}^n q_{(x;t-1;1)} = F_{(x+n)}$$

Representa la función de distribución por la siguiente fórmula:

$$\sum_{t=1}^n q_{(x;t-1;1)} = q_{(x;0;n)}$$

El complemento de la función de distribución representa la probabilidad para la persona de edad x , de estar viva dentro de n años (es decir, que la muerte ocurrirá después de la edad $x+n$):

$$P[x > x+n] = p_{(x;n)} = \sum_{t=1}^n p_{(x;t)} = 1 - F_{(x+n)}$$

Veamos un ejemplo, a ver si queda debidamente comprendido: Calculemos la probabilidad de que una persona de edad x fallezca antes de alcanzar la edad $x+2$, esto es: $q_{(x;0;2)}$

Este evento implica la suma de los sucesos:

- No alcanzar con vida la edad $x+1$
-
- Llegar con vida a la edad $x+1$ y no alcanzar la edad $x+2$.

Recordando la regla de la suma y el producto de probabilidades y asumiendo que las probabilidades de vida y muerte son mutuamente excluyentes e independientes, tendremos que:

$$q_{(x;0;2)} = q_{(x;0;1)} + p_{(x;1)} * q_{(x+1;0;1)} = q_{(x;0;1)} + q_{(x;1;1)}$$

Probabilidad total: es el evento completo que representará que una persona de edad x fallezca antes de la edad ω , y puede expresarse con la siguiente suma:

$$q_{(x;0;n)} + q_{(x;n;\omega-x-n)} = 1$$

De lo que se puede deducir:

$$q_{(x;n;\omega-x-n)} = 1 - q_{(x;0;n)}$$

Probabilidad compuesta: con base en el principio de la probabilidad compuesta podemos expresar:

$$p_{(x;n+t)} = p_{(x;n)} * p_{(x+n;t)}$$

La fórmula precedente nos indica que el evento que una persona de edad x viva al cabo de $n+t$ años está compuesto por:

- Que la persona de x años esté viva después de n años
- Y
- Que esa persona que ahora es de edad $x+n$ viva después de t años.

Tasa instantánea de mortalidad

Si se considera la intensidad de la mortalidad con relación a un tiempo infinitamente pequeño, o sea, al instante mismo en que se llega a determinada edad, se obtiene lo que se denomina tasa instantánea de mortalidad: $\mu_{(x)}$

En formulas, sería:

$$\mu_{(x)} = (-1 / p_{(x;t)}) * (d/dt) * p_{(x;t)}$$

No es una probabilidad, es una expresión proporcional de la probabilidad de fallecer en un momento infinitésimo, en un instante x de tiempo, pero como ya expresamos, la unidad de medida, es anual.

Referencias

Borges Jorge Luis. El Amenazado. Poema escrito en 1972 y publicado por primera vez en el Oro de los tigres. Editorial EMECE. Argentina.

Diccionario de la Real Academia Española: consultado en : <https://dle.rae.es/biometr%C3%ADa>

Galeano Eduardo, El libro de los Abrazos .1989. Editorial Siglo XXI.

Guerrero Casas Flor María. Matemática financiera y matemática actuarial. Una aproximación a su origen y evolución hasta el siglo XVIII. LECCIÓN INAUGURAL CURSO 2018 / 2019. Sevilla 2018.

Landro Alberto y Gonzalez Mirta: Acerca del problema de Bernoulli y la determinación del verdadero valor de una probabilidad. Ediciones Cooperativas. Buenos Aires. 2016

Macció Guillermo A. Diccionario Demográfico Multilingüe. Segunda Versión. 1985. CELADE
Ortega, Antonio. Tablas de Mortalidad. Centro Latinoamericano de Demografía (CELADE). 1987. San José de Costa Rica.

Rincón Juliana Cristina. Revista Judicial. Costa Rica. N° 89. Julio 2008.

Tabla de Mortalidad

Conceptos fundamentales previos

Dado el envejecimiento que sufre la población mundial, las aplicaciones de las probabilidades y tablas de mortalidad serán cada vez más importantes. Sin embargo, aún son poco conocidas y menos comprendidas.

La tabla de mortalidad es un resumen de los registros de vida de un grupo representativo de individuos *suficientemente grande*. Se denomina también “de eliminación” pues contiene la ley de eliminación de los elementos de ese conjunto.

Representa el instrumento que mide la probabilidad de vida y la probabilidad de muerte de las personas.

Según José González Galé:

La tabla de mortalidad, es un modelo matemático idóneo para el cálculo de probabilidades de vida y de muerte que se presenta como la evolución monodecreciente, pues el elemento básico de dicha tabla es decreciente de un colectivo - conjunto de vidas cerrado de vidas homogéneas - todas las vidas se encuentran sometidas a la muerte-e independientes- la probabilidad de Vida de una persona está sujeta a la probabilidad de vida de otra persona con puntos anuales discretos de eliminación y basada en la hipótesis de que la mortalidad es solo función de la edad alcanzada (1977, p. 7)

Como toda sucesión de datos estadísticos, las tablas de mortalidad o supervivencia, presentan ciertas irregularidades, desvíos, etc., que más allá de las hipótesis establecidas como válidas, no pueden ser atribuidas a causas sistemáticas, lo que hace necesario ajustar sus resultados. Los criterios generales y sus consideraciones, exceden este texto, pero mencionaremos brevemente a que nos referimos, a continuación.

Los métodos de ajuste analítico persiguen la determinación de una expresión analítica (valga la redundancia) adecuada para la función de supervivencia $l_{(x)}$.

En el año 1765, Abraham De Moivre (1667-1774) propuso una función lineal decreciente de la forma $l_{(x)} = 86 - x$ considerando 86 años como edad extrema de la vida, dado que notó que en la tabla construida por el astrónomo Halley, treinta y dos años antes, el número de supervivientes a diferentes edades, se comportaba como una progresión aritmética decreciente.

“No obstante, el mismo autor observó que su hipótesis no era válida para las edades inferiores a los doce años y en el resto de la existencia lo era de manera poco precisa” (Filadelfo Insolera cap. IV, pág. 85).

Benjamín Gompertz (1779-1865), en 1825 considera que la tasa instantánea de mortalidad $\mu(x)$ sufre, en el intervalo infinitesimal $(x, x+dx)$, un incremento proporcional a $\mu(x)$ por causa de la progresiva debilitación del organismo con el tiempo, y lo expresa de la siguiente manera:

$$d\mu(x) = \mu(x) * dx$$

Llegando a una expresión del tipo:

$$g^*l_{(x)} = K * c_x$$

La función de Gompertz, puede ser expresada de esta otra forma:

$$dN/dt = r N_{(t)} \log[K/N_{(t)}]$$

Donde:

$N_{(t)}$: representa el número de individuos en el momento t ,

dN/dt : es la derivada con respecto al tiempo,

r : es la tasa de crecimiento intrínseco y K el número de individuos en equilibrio.

Este modelo es una mejora del modelo demográfico de Malthus y fue usado por compañías de seguros para calcular los costos de los seguros de vida.

El resultado de la ecuación, nos da una función sigmoide, que es una función matemática que representa una variable que tiene un crecimiento más lento al inicio, luego se acelera y al final se desacelera, en un período de tiempo dado.

En 1860, William Matthew Makeham (1826- 1891), utiliza la misma hipótesis de Gompertz en lo referente al incremento del tanto anual de mortalidad y le añade la consideración de un incremento constante proporcional a d_x debido simplemente al azar.

De manera que la ley de supervivencia de Makeham toma la forma:

$$l_x = l_0 * S^x * g^{C(x-1)}$$

Donde:

l_x : es el número de personas que tienen exactamente la edad x

l_0 : es el número de personas que tienen la edad 0

(Sobre estas denominaciones, volveremos en acápite siguientes)

Esta ley ha sido la más utilizada para la representación analítica de la supervivencia.

Las constantes que figuran en ella se determinan a partir de los valores experimentales de l_x , operación que recibe el nombre de ajuste de la ley de Makeham.

Probemos esta fórmula para la Tabla de mortalidad CSO'80 (que pueden consultar en el Anexo II):

Según la fórmula de ajuste de Makeham,

$$l_x = l_0 * S^x * g^{C(x-1)}$$

Donde:

$$0 < g * S < 1; C > 1$$

(Es dable mencionar que las constantes S , g , c , se calculan directamente a partir de las observaciones estadísticas sobre la población bajo análisis.)

Damos valores:

$$C = 1.02092$$

$$g = 0.9$$

$$S = 0.998$$

Con los valores precedentes y reemplazando en la fórmula, obtendremos:

l_x (para $x = 1$) = $100.000 * 0.998^{1*0.9} * 0.9^{1.02092 * 1 - 1} \approx 99.582$ que representa el número de personas con vida a la edad 1

Estructura y fundamento de una Tabla de mortalidad

En este texto, como Anexo I y II, se encuentran las tablas de mortalidad GAM'71 (Group Annuity Mortalidad) y CSO'80 (Commissionaries Standard Ordinary). Ahora bien, a lo largo de vuestra vida académica o profesional, se encontrarán con otras varias que tendrán supuestos diferentes, tasa de interés técnico diferente, años de formulación diferente, etc. etc., pero en todas encontrarán las siguientes variables estructurales:

- Supervivencia y defunciones del colectivo o grupo poblacional sujeto a observación
- Determinación de probabilidades de vida y muerte
- Relaciones entre esas probabilidades

Supervivencia y defunciones

- Con la observación estadística se determinan frecuencias, de las cuales son estimadas las probabilidades de fallecimiento anuales $-q_x-$ para cada edad entera x .
- A partir de estas probabilidades podrían calcularse las probabilidades anuales de supervivencia (por la probabilidad contraria) o las acumuladas con base en el principio de probabilidad compuesta.
- Las tablas de mortalidad en general, están basadas en un grupo cerrado, con una sola causa de eliminación y cuya única variable es la edad.

Una Tabla de mortalidad tiene generalmente, la siguiente estructura:

x	l_x	dx	q_x
0	100.000	418	0.00418
1	99.582	107	0.00107
2	99.475	98	0.00099
3	99.377	97	0.00098
4	99.280	94	0.00095

Donde:

- x = edad del grupo inicial dado
- l_x = living = adjetivo live = vivo; es decir el número de personas con vida a la edad "x"

- d_x = dead = adjetivo muerto o difunto; es decir el número de personas que habiendo alcanzado la edad “x” no llegan a vivir un año mas
- q_x = probabilidad de no vivir un año más

Ahora bien, es necesario aclarar que no existe una única tabla de mortalidad, como ya mencionamos precedentemente, como prueba de ello, en este texto, encontraran dos de ellas, la denominada GAM'71 (Group Annuity Mortality Table) y la CSO'80 (Commissionaries Standard Ordinary), pero hay otras: GAM'83, GAM'84, específicamente para Argentina las Tablas abreviadas de mortalidad por sexo y edad 2008-2010, confeccionadas y publicadas por el Instituto Nacional de Estadística y Censo (INDEC), etc.

Si las comparan, verán que no obtienen los mismos resultados para las diferentes funciones biométricas, y eso ¿por que? Porque los supuestos de supervivencia y mortalidad son diferentes, al igual que los parámetros de ajuste analítico.

En un artículo escrito por el Dr. Adrian Paenza⁹, cuya lectura recomiendo, encontramos que expresa en la "Argentina en el año 2019, el promedio de vida para una mujer rondaba los 80 años mientras que para un hombre, superaba apenas los 73", sin embargo en la denominada GAM'71, la esperanza de vida es de 73 años para Hombres y 78 años para mujeres, lo que abona el concepto que del párrafo precedente.

Hecha esta aclaración, veamos algunos ejemplos:

1. Dados los siguientes valores, complete los datos faltantes:

x	Lx	dx	qx
60	80.843	1.300	0.01608
61		1.395	
62	78.148		
63	76.649		0.02106
64	75.034	1.736	0.02314
65		1.863	

Y, ¿entonces? ¿Cómo empezarían a completar la información?

- a) A ver, pensemos lo que leímos en acápite anteriores y razonemos juntos alguno de los datos: Si el número de personas que fallecieron entre los 61 años y los 62, es de 1.395, y el número de personas vivas a los 61 años, por lo que vimos en el inciso anterior, es de 79.543, quiere decir que la probabilidad de que una persona que llegó con vida hasta los

⁹ De la ciencia, la longevidad y las expectativas. Esperanza de vida. Publicado el 3-02-2022 en el diario Pagina12. Recuperado de: <https://www.pagina12.com.ar/399339-esperanza-de-vida>

61 años no llegue a vivir un año más, o sea que muera antes de cumplir los 62 es $(q_x) = 1395/79543 = 0,01754$.

Y así se completan todas las celdas que nos faltaban, quedando nuestro ejemplo resuelto de la siguiente manera:

x	l_x	dx	q_x
60	80.843	1.300	0,01608
61	79.543	1.395	0,01754
62	78.148	1.499	0,01918
63	76.649	1.614	0,02106
64	75.034	1.736	0,02314
65	73.298	1.863	0,02542

- b) Si a la edad de 60 años, del grupo inicial bajo observación, hay con vida (l_x) 80.843 personas, pero entre esa edad y los 61 años, han fallecido (dx) 1.300, entonces quiere decir que llegaron a vivir un año más: $80.843 - 1300 = 79.543$ personas.
- c) Si el número de personas que fallecieron entre los 61 años y los 62, es de 1.395, y el número de personas vivas, por lo que vimos en el inciso anterior, es de 79.543, quiere decir que la probabilidad de muerte (q_x) es: $1395/79543 = 0,01754$

Ahora bien, vimos que la probabilidad de muerte (q_x) sumada a la probabilidad de vida (p_x) de una persona de edad x , es:

$$q_x + p_x = 1$$

Los invito a completar la tabla anterior, pero agregando la columna correspondiente a la probabilidad de vivir un año más.

La tabla de mortalidad completa, con probabilidad de vida, quedará de esta manera:

x	l_x	dx	q_x	p_x
60	80.843	1.300	0,01608	0,98392
61	79.543	1.395	0,01754	0,98246
62	78.148	1.499	0,01918	0,98082
63	76.649	1.614	0,02106	0,97894
64	75.034	1.736	0,02314	0,97686
65	73.298	1.863	0,02542	0,97458

¡¡Muy muy bien!! Si hasta aquí han comprendido, emprendamos la resolución de los siguientes guarismos:

2. En función de la tabla anterior calcular:

- La probabilidad de que una persona de 60 años sobreviva un año.
- La probabilidad de que una persona de 60 años sobreviva cinco años.
- La probabilidad de que una persona de 60 años fallezca entre las edades 61 y 62.
- La probabilidad de que una persona de 60 años fallezca antes de cumplir 62.
- La probabilidad de que una persona de 60 años no llegue con vida a los 65.

Expresar las probabilidades con la notación correspondiente y calcule en función de los valores de tabla y de la teoría estadística.

Aquí les dejo los resultados, pero sería muy interesante que antes de leerlos, los hayan obtenido:

- $p_{61} = p(60;1) = l_{61}/l_{60} = 79543/80843 = 0,98392$
- $p_{65} = p(60;5) = l_{65}/l_{60} = 73298/80843 = 0,90667$
- ${}_{1/1}q_{60} = q(60;1;1) = (l_{61}-l_{62})/l_{60} = (79543 - 78148)/80843 = 0,01726$
- ${}_{2}q_{60} = q(60;0;2) = (l_{60}-l_{62})/l_{60} = (80843 - 78148)/80843 = 0,03334$
- ${}_{5}q_{65} = q(60;0;5) = 1 - p_{65} = 0,09333$

Los valores precedentes los obtuvimos empleando alguna de las siguientes relaciones:

$$l_{x+1} = l_x - d_x$$

$$d_x = l_x - l_{x+1}$$

$$q_x = d_x / l_x$$

$$d_x = q_x * l_x$$

$$p_x = 1 - q_x$$

A continuación, a modo de cierre de este capítulo, estableceremos esquemáticamente las principales funciones biométricas elementales:¹⁰

Referidas a supervivencia de un año y para una persona

- Probabilidad de supervivencia:

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

Como vimos, es el cociente entre el número de casos favorables y el de casos posibles, cuyo resultado nos indica que probabilidad tiene una persona de edad "x" de vivir un año más.

¹⁰ Resumen preparado con la colaboración del Dr. CP Leandro E. Pineau

b) Probabilidad de muerte:

$$q_x = \frac{(l_x - l_{x+1})}{l_x} = \frac{d_x}{l_x} = 1 - p_x$$

Esta fórmula nos indica que probabilidad tiene una persona de edad “x” de no vivir un año más.

Referidas a supervivencia superior a un año y para una persona

c) Probabilidad temporaria de vida:

$$n p_x = \frac{l(x+n)}{l_x}$$

Esta fórmula nos indica que probabilidad tiene una persona de edad “x” de vivir “n” años más.

d) Probabilidad temporaria de muerte:

$$n q_x = \frac{l_x - l(x+n)}{l_x}$$

Esta fórmula nos indica que probabilidad tiene una persona de edad “x” de no vivir “n” años más.

e) Probabilidad diferida de muerte:

$$m/q_x = \frac{l(x+m) - l(x+m+1)}{l_x} = \frac{d_{x+m}}{l_x}$$

Esta fórmula nos indica que probabilidad tiene una persona de edad “x” de morir entre las edades “x+m” y “x+m+1” años. Podemos interpretarla de esta manera: es el número de personas que teniendo actualmente la edad x van a alcanzar la edad x+m, pero no van a llegar a cumplir un año más.

f) Probabilidad interceptada de muerte:

$$m/n q_x = \frac{l(x+m) - l(x+m+n)}{l_x}$$

Esta fórmula nos indica que probabilidad tiene una persona de edad “x” de morir entre las edades “x+m” y “x+m+n” años, que también podemos expresar como la probabilidad que un individuo de edad “x” viva hasta la edad “x+m” y muera entre las edades “x+m” y “x+m+n”

g) Función Central de Supervivencia

$$L_x \approx l_{x+1/2}$$

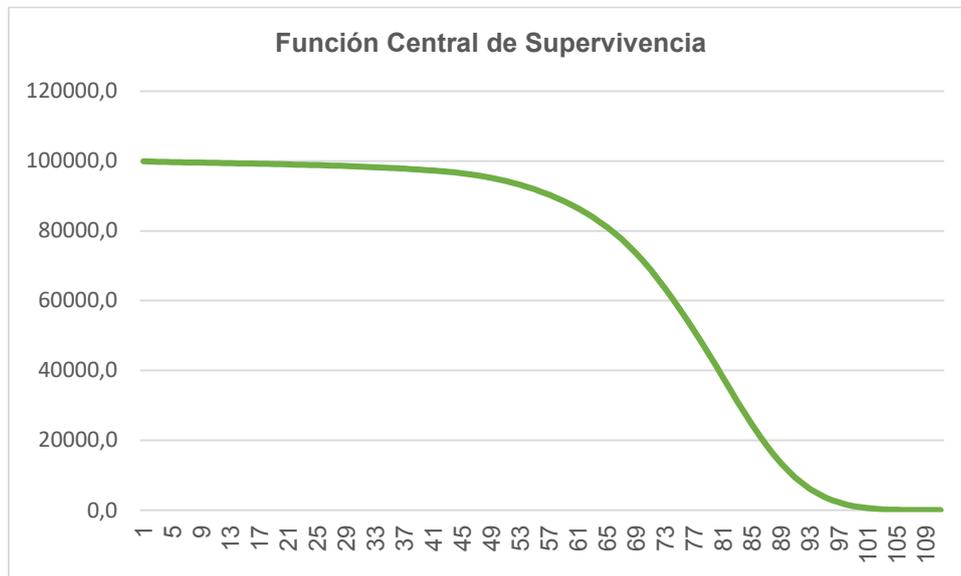
Como este valor ($l_{x+1/2}$) no se encuentra tabulado en las tablas de mortalidad (se tabulan solo años enteros), podemos expresar la función central de supervivencia como:

$$L_x \approx \frac{1}{2} * (l_x + l_{x+1})$$

O bien como:

$$L_x \approx l_x - \frac{1}{2} d_x$$

Tomando los datos de la Tabla de Mortalidad GAM'71, para "Hombres", que encontrarán en el Anexo I, podemos graficar la función central de supervivencia:



Como vemos, es una función decreciente, que en la edad "cero" toma aproximadamente el valor de la cantidad de individuos de la tabla, l_0 y tiende a cero en la edad " ω ", dado que no habrá supervivientes de la cohorte inicial dada.

h) Tasa o Función Central de Mortalidad

$$m_x = \frac{d_x}{L_x}$$

Esta fórmula nos indica el número de personas fallecidas entre la edad de "x" y "x+1" en relación al número de personas que en un momento dado (por ejemplo un censo) tienen esa edad, es decir son todas las personas que pueden tener todas las edades posibles entre "x" y "x+1".

Y en orden a las fórmulas que hemos visto en este capítulo, podemos establecer diferentes formas de expresarla:

a. En función de la probabilidad de supervivencia:

$$m_x = 2 * \frac{1 - p_x}{1 + p_x}$$

b. En función de la probabilidad de muerte:

$$m_x = 2 * \frac{q_x}{2 - q_x}$$

i) Vida Media o expectativa de vida completa:

$$e_x^0 = \frac{T_x}{l_x}$$

Este cociente nos indica el número de años que le restan por vivir a una persona de edad “x”, asumiendo una distribución homogénea del número de años, que a partir de esa edad, vivirá el conjunto de individuos incluidos en la tabla de mortalidad (en esa edad x) hasta que el grupo se extinga.

Es de destacar, que el numerador de la función, T_x (total de existencias), no viene dado, sino que hay que obtenerlo a través de la siguiente expresión: $\sum_{t=0}^{\omega-x} L_{x+t}$, o bien se puede utilizar: $T_x = \frac{1}{2} * l_x + \sum_{t=1}^{\omega-x} l_{x+t}$ de manera que para cada edad de la tabla encontraremos un valor diferente de T_x , lo que, como resulta casi obvio, nos lleva a una diferente esperanza de vida para cada edad.

j) Vida Media o expectativa de vida reducida: esta medida supone que todas las muertes tienen lugar al principio de cada año:

$$e_x = e_{x-1/2}^0$$

k) Vida probable: hace referencia al tiempo que falta para que el número de sobrevivientes sea la mitad del grupo inicial l_x , por ende viene dado por la expresión:

$$l_{x+t} = \frac{l_x}{2}$$

l) Vida Media o expectativa de vida reducida:

$$e_x = e_{x-1/2}^0$$

Referidas a supervivencia superior a un año y para dos personas

- a) Probabilidad temporaria de vida: dadas dos personas de “x” e “y” años de edad, respectivamente, ambas estén con vida transcurridos “n” años:

$${}_n p_x * {}_n p_y = \frac{l_{x+n}}{l_x} * \frac{l_{y+n}}{l_y} = {}_n p_{(xy)}$$

- b) Probabilidad que una de ellas, por lo menos, viva aún “n” años:

$${}_n p_{xy} = {}_n p_x + {}_n p_y - {}_n p_{xy}$$

- c) Probabilidad que ninguna se encuentre con vida dentro de “n” años:

$${}_n q_{(xy)} = 1 - {}_n p_{(xy)} = 1 - {}_n p_x - {}_n p_y + {}_n p_{xy}$$

- d) Probabilidad de que una muera antes de transcurridos “n” años (la otra persona está viva):

$${}_n q_{xy} = {}_n p_x * (1 - {}_n p_y) + {}_n p_y * (1 - {}_n p_x)$$

- e) Probabilidad que, dadas dos personas de “x” e “y” años de edad, respectivamente la primera muera exactamente en el año “n”:

$${}_{n-1} q_{xy} = ({}_{n-1} p_x * ({}_{n-1} p_y - {}_n p_x * {}_n p_y) - {}_n p_x * {}_n p_y) = ({}_{n-1} p_{xy} - {}_n p_{xy})$$

- f) Probabilidad de que la segunda muerte se produzca exactamente en el año “n”:

$${}_{n-1} q_{xy} = ({}_{n-1} p_x - {}_n p_x) * {}_n p_y$$

Ejercicios de aplicación sobre funciones biométricas

(Salvo indicación específica de cada ejercicio, se utilizará para la resolución, la tabla de Mortalidad GAM'71)

Ejercicio Nº 1:

¿Cuántas personas llegarán con vida a la edad de 42 años? Discrimine los resultados por género y utilice las tablas de mortalidad GAM'71 y CSO'80

Respuestas:

Utilizando tabla GAM'71:

$l_{42} = 97.007$ (hombres)

$l_{42} = 98.373$ (mujeres)

Realice una reflexión al porque de la diferencia de número de personas

Utilizando tabla CSO' 80:

l_{42} = (hombres) 938.4334

l_{42} = (mujeres) 954.6267

Realice una reflexión al porque de la diferencia de número de personas

Ejercicio Nº 2:

¿Cuántas personas de 35 años de edad morirán antes de llegar a los 36 años? Discrimine los resultados por género y utilice las tablas de mortalidad GAM'71 y CSO'80

Respuestas:

Utilizando tabla GAM'71:

d_{35} = (hombres) 110

d_{35} = (mujeres) 64

Realice una reflexión al porque de la diferencia de número de personas

Utilizando tabla CSO' 80

d_{35} = (hombres) 18119

d_{35} = (mujeres) 14364

Realice una reflexión al porque de la diferencia de número de personas

Ejercicio Nº 3:

¿Cuál es la probabilidad de que un hombre de 52 años de edad, muera antes de cumplir 53?

Respuesta:

q_{52} = 0,00648

Ejercicio Nº 4:

¿Cuál es la probabilidad de que una mujer de 28 años de edad, viva un año más?

Respuesta:

p_{28} = 0,99959

Ejercicio Nº 5:

¿A qué edad la probabilidad de vivir, por primera vez en la tabla, es menor que la probabilidad de morir?

Respuestas:

A los 106 años para Hombres y 105 años para Mujeres

p_{106H} : 0,460657 q_{106H} : 0,539343

p_{105M} : 0,480804 q_{105M} : 0,519196

Ejercicio Nº 6:

¿Cuál es la probabilidad de que un hombre muera antes de transcurridos 3 años después de 45?

Respuesta:

${}_{/n}q_x = (l_{45} - l_{48})/l_{45} = 0,0099960916$ Probabilidad temporaria de muerte

Ejercicio Nº 7:

¿Cuál es la probabilidad de que un hombre de 45 años de edad, muera un año después de haber cumplido los 48 años?

Respuesta:

$${}_1|q_x = (l_{48} - l_{49}) / l_{45} = 0,004185885 \quad \text{Probabilidad diferida de muerte}$$

Ejercicio Nº 8:

¿Cuál es la probabilidad de que un hombre de 50 años de edad, muera entre los 75 y 78 años?

Respuesta:

$$m|nq_x = (l_{75} - l_{78}) / l_{50} = 0,10115047 \quad \text{Probabilidad Interceptada de muerte}$$

Ejercicio Nº 9:

De las personas vivas a la edad de 10 años, ¿Cuántas vivían a la edad de 50 años? ¿Y a la edad de 60 años? ¿Qué reflexión le merece la observación de los resultados? ¿Por qué? ¿En qué función biométrica de la Tabla de mortalidad utilizada, encuentra la base de su respuesta?

Respuestas:

$$\text{Mujeres} = l_{50} = 97.208$$

$$l_{60} = 94.067$$

$$\text{Hombres} = l_{50} = 94.533$$

$$l_{60} = 86.954$$

Ejercicio Nº 10:

De las personas vivas a la edad de 10 años, ¿Cuántas morirán entre los 40 y 41 años? ¿Y entre los 65 y los 66? ¿Qué función biométrica dá base a su respuesta?

Respuestas:

$$\text{Hombres } l_{10} = 99.468$$

$$l_{40} = 97.340$$

$$l_{65} = 80.214$$

$$l_{66} = 78509$$

De esos Hombres a la edad de 10 años, morirán entre los 40 y 41 años, 159; y entre los 65 y 66 años 1.705.

$$\text{Mujeres } l_{10} = 99.730 =$$

De esas Mujeres a la edad de 10 años, morirán entre los 40 y 41 años 92; y entre los 65 y 66 años 869.-

Ejercicio Nº 11:

Un hombre tiene 48 años ¿Cuál es la probabilidad de que sobreviva hasta llegar a los 49 años? ¿Cuál es la probabilidad de que muera antes de alcanzar los 49 años?

Respuestas:

$$p_x = 0.995772$$

$$q_x = 0.004228$$

Ejercicio Nº 12:

“Espero verles a todos ustedes aquí dentro de un año” dijo un hombre en la fiesta que dió para celebrar la fecha en que cumplía 62 años. ¿Cuál es la probabilidad de que viva para celebrar el siguiente aniversario de su natalicio?

Respuesta:

$$p_x = 0,984137$$

Ejercicio Nº 13:

El habitante (hombre) de más edad de la población de Caviahue, celebró el 17 de Mayo de 2011 el 81º aniversario de su natalicio. ¿Cuál es la probabilidad de que llegue a celebrar su 91 aniversario? ¿Cuál de que no lo celebre?

Respuestas:

$$p_x = 1 - (l_{81} - l_{91})/l_{81} = 0,23141714$$

$$q_x = 1 - 0,23141714 = 0,76858286$$

Ejercicio Nº 14:

Al cumplir los 35 años, un hombre dice a su familia que dentro de 10 años llevará a todos a dar una vuelta al mundo en un viaje que durará un año. ¿Cuál es la probabilidad de que muera mientras se realiza el viaje?

Respuesta:

$$\text{Probabilidad diferida de muerte: } (l_{45} - l_{46})/l_{35} = 0,00287334$$

Ejercicio Nº 15:

¿Cuál es la probabilidad completa de vida de una persona de 90 años de edad? Hállese por medio de la fórmula adecuada y compruébese el resultado en la tabla.

Respuesta:

$$\text{Vida media completa} = e_x = T_x/l_x = 4,084706818 \text{ años}$$

Ejercicio Nº 16:

Con arreglo a las cláusulas del testamento de Arnold Sánchez los albaceas tienen que entregar a sus sobrinos, que tiene 37 años, la suma de \$12.500 por año mientras viva, y a su sobrina, que tiene 26 años, la suma de \$15.000 por año mientras viva. ¿Durante cuántos años es probable que los albaceas tengan que pagar la anualidad:

Respuestas:

- ¿al sobrino? Durante 39 años
- ¿a la sobrina? Durante 56 años

Ejercicio N° 17:

El personal de una empresa recluta de modo que todos los años ingresan exactamente 500 empleados de 20 años de edad que son inmediatamente afiliados al sistema jubilatorio, del que pueden retirarse opcionalmente a los 60 años y obligatoriamente a los 65.

Admitiendo que no hay secesiones, que la mortalidad coincide con la de la tabla CSO 80 y que la mitad de los que alcanzan los 60 años se acogen al retiro voluntario, en tanto que el resto aguarda a los 65 años, se pregunta:

- a) Número de cotizantes: $(500/l_{20}) * [T_{20} - 1/2 * (T_{60} + T_{65})]$
- b) Número actual de retirados: $(500/l_{20}) - 1/2 * (T_{60} + T_{65})$

Resolución (CSO 80 (H)):

- a) Número de cotizantes:

Resolución con CSO 80 (H)			
l_{20}			9778576,34
$500/l_{20}$			5,11322E-05
T_{20}			523991978,3
T_{60}			151750962,1
T_{65}			112095320
$(T_{60} + T_{65})/2$			131923141,1
Número de cotizantes: $500/l_{20} * [T_{20} - (T_{60} + T_{65})/2]$			20047

- b) Número actual de retirados:

l_{20}			9778576,34
$500/l_{20}$			5,11322E-05
T_{20}			523991978,3
T_{60}			151750962,1
T_{65}			112095320
$(T_{60} - T_{65})/2$			19827821,07
Número de pensionados: $500/l_{20} * [(T_{60} - T_{65})/2 + T_{65}]$			6746

Referencias

Gonzalez Gale, José. Matemáticas financieras, intereses y snuelldades ciertas y Elementos de Cálculo actuarial. Ed. Macchi. Bs.As.

Insolera Filadelfo: Curso de Matemática Financiera y Actuarial. Editorial Aguilar. 1950.

Paenza Adrian. *De la ciencia, la longevidad y las expectativas. Esperanza de vida. Publicado el 3-02-2022 en el diario Pagina12. Recuperado de: <https://www.pagina12.com.ar/399339-esperanza-de-vida>*

Al inicio del siglo XVII aún no se podía calcular el costo real de un seguro de vida, pero se reconocía la necesidad de determinar estadísticamente los sucesos asegurables y de medir el riesgo que asumía el asegurador.

La gran evolución del seguro de vida a finales de la Edad Moderna, está condicionada por la existencia del concepto de **probabilidad**, como ya mencionamos. Las primeras sociedades de seguro de vida hacían sus cálculos sin base científica y pasaron por grandes dificultades económicas para poder hacer frente a las indemnizaciones.

Todas las aportaciones en el campo de la probabilidad y trabajos sobre la supervivencia y mortalidad que se hicieron en el siglo XVIII, algunos mencionados anteriormente, permitieron que se fundara la ***Society for the Equitable Assurance of Life and Survivorships***, (Sociedad para la garantía equitativa de vivir y sobrevivir) que adoptó la forma de mutual.

Para esta compañía trabajaron varios matemáticos que aplicaron los nuevos conceptos. El estudio del seguro de vida corre paralelo al de anualidades vitalicias con el que venían financiándose los Estados desde siglos anteriores y que siempre se habían valorado como las rentas de la tierra, sin tener en cuenta la edad de los inversores, dando lugar a insolvencias en muchos casos.

Contrato de seguro: Conceptualización

De manera general podemos establecer que todo contrato de seguro sea sobre las personas o sobre las cosas, es la unión de varias personas con el fin de afrontar necesidades futuras mediante la acumulación de capitales y la transferencia del riesgo.

Johan de Witt (1625-1672), primer ministro holandés, fue el primero en establecer cómo calcular el valor de una renta vitalicia, tal como lo conocemos hasta hoy: la suma del valor actual de los pagos futuros esperados.

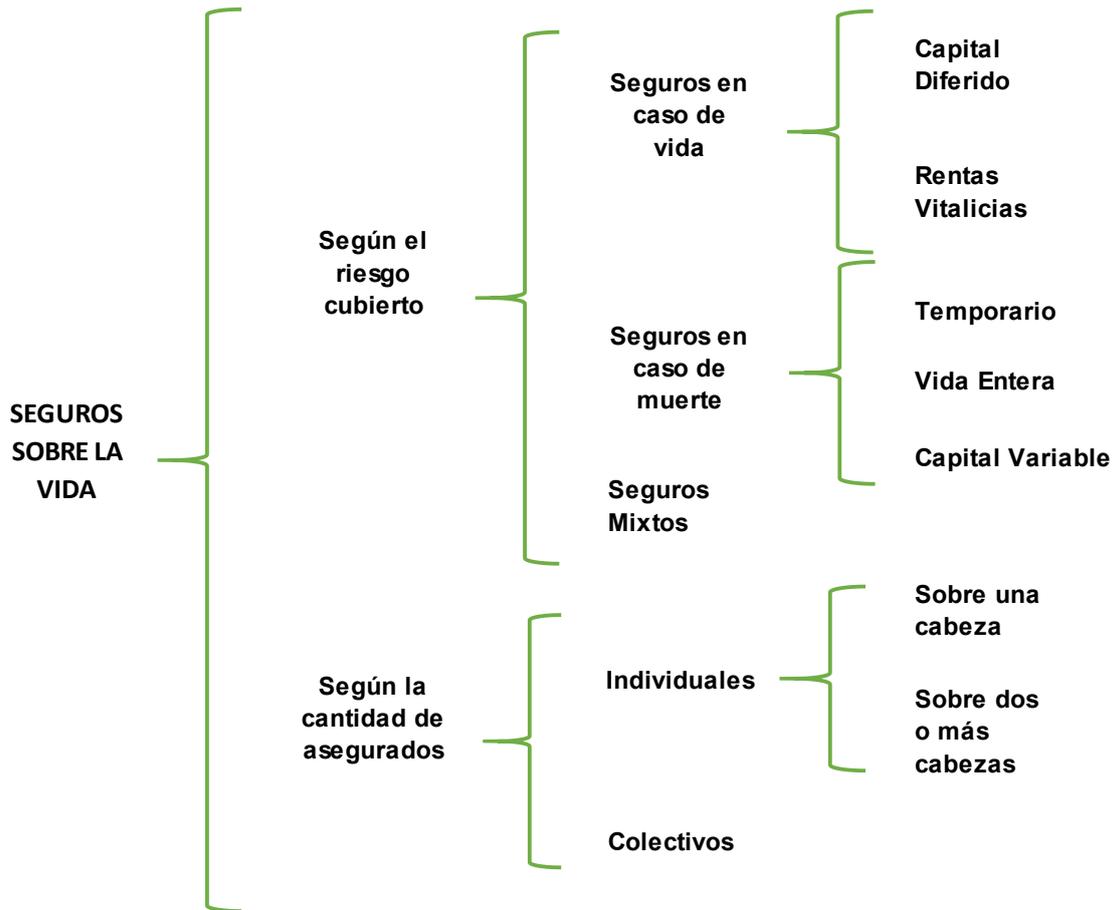
Ahora sí, luego de estos conceptos breves introductorios, nos concentraremos en los seguros “sobre la vida”, en este sentido diremos que se celebra un contrato de seguro sobre la vida cuando una persona, en adelante **asegurador**, promete a otra, el **tomador**, a cambio del pago de una prestación llamada **prima**, satisfecerá a una tercera persona que recibe el nombre de **beneficiario** cierto beneficio bajo una condición o término que depende de la vida de otra persona a la que se da el nombre de **asegurado**.

Generalmente tomador y asegurador son dos figuras que se concentran en la misma persona.

Los seguros sobre la vida cubren tanto el riesgo de supervivencia (en caso de vida), como el de muerte (en caso de muerte), mientras en los seguros mixtos, se contrata de manera conjunta, el riesgo de muerte y de supervivencia.

Podemos clasificarlos de la siguiente manera:¹²

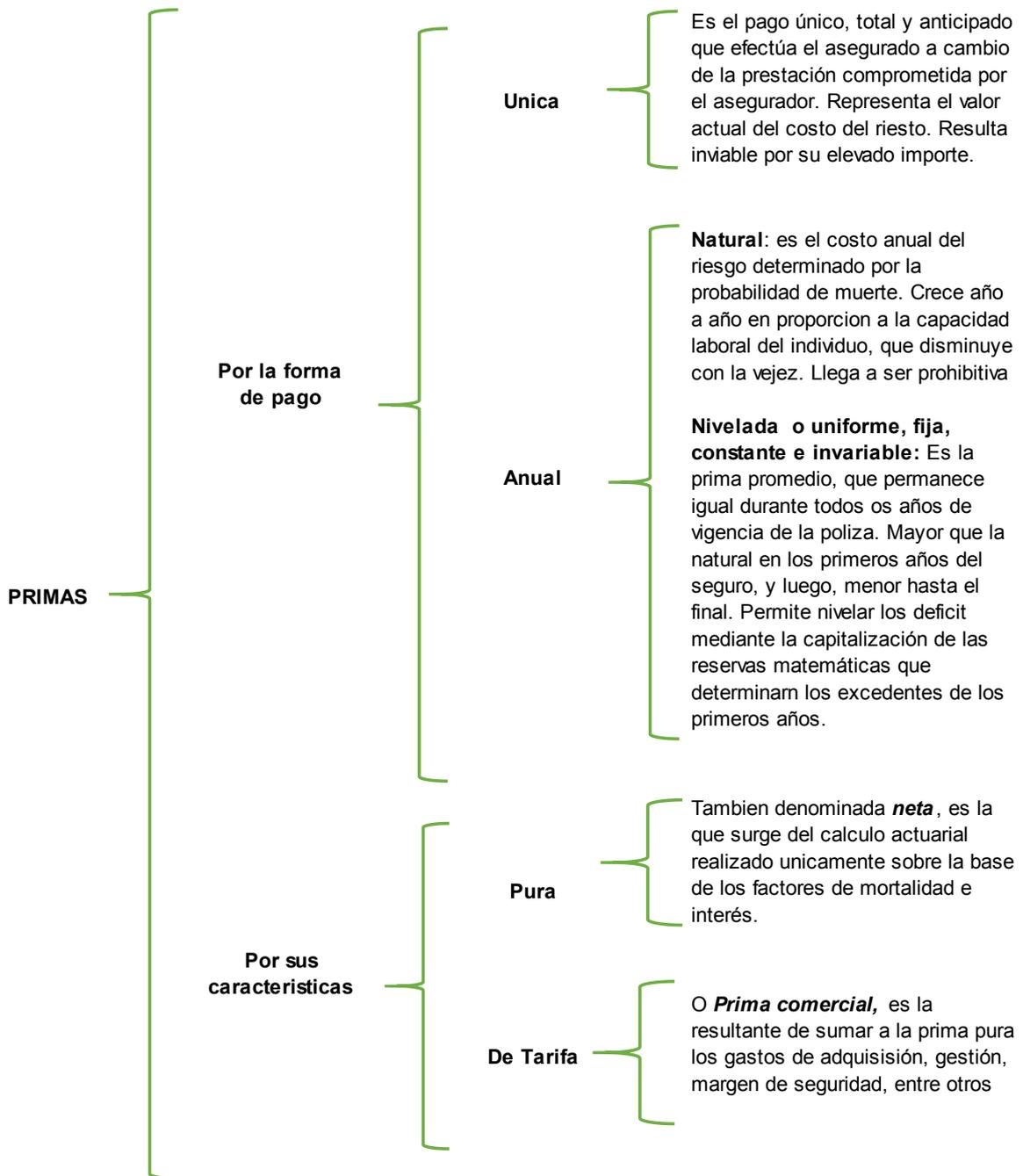
¹² Cuadro resumen elaborado con la colaboración del Dr. CP Leandro E. Pineau



En tanto, la denominada **prima de un seguro**, es el desembolso que debe realizar el tomador de la póliza a la compañía aseguradora. Ello, a fin de acceder a la cobertura correspondiente. Puede distribirse en una única entrega de dinero -prima pura- o en varias prestaciones –prima periódica- y es exigible a partir de la firma del contrato.

Se pueden clasificar en¹³:

¹³ Cuadro resumen elaborado con la colaboración del Dr. CP Leandro E. Pinea



Valores de conmutación

Se denominan “valores de conmutación”, a diferentes expresiones matemáticas que tienen como objetivo facilitar las operaciones vinculadas al cálculo de las primas de los seguros sobre la vida, cuya operatoria está vinculada al número de sobrevivientes y fallecidos, valuadas a una tasa de interés “técnico”.

Las más utilizadas son:

1. Vinculadas al número de sobrevivientes:

$$D_x: v_x * l_x$$

$$N_x: \sum_{t=0}^{w-1-x} D_x + t$$

$$S_x: \sum_{t=0}^{w-x} N_x + t$$

2. Vinculadas al número de fallecidos:

$$C_x: d_x * v^{x+1}$$

$$M_x: \sum_{t=0}^{w-1-x} C_x + t$$

Factor de actualización actuarial

Uno de los temas fundamentales vinculados al cálculo de los seguros de vida, es la determinación del valor actual de capitales futuros cuya cuantía y/o vencimiento dependen de la ocurrencia de un suceso aleatorio, en este caso, la supervivencia de una persona, como ya expresamos.

Para realizar dichas valoraciones son necesarias bases técnicas que informen de la ley financiera, tipo de interés empleado y las probabilidades de los sucesos, a saber:

- En cuanto a la ley financiera, se utiliza la de **capitalización compuesta**; el tipo de interés se denomina, como ya fuera expresado, **interés técnico**, que no coincide necesariamente con el tipo de interés de mercado y es la rentabilidad que el asegurador garantiza en sus operaciones de seguro a moneda constante; por último, las tablas de mortalidad nos proporcionarán las probabilidades de los sucesos.

Seguros de Vida en caso de vida

Seguro de Capital Diferido

Veamos un ejemplo: una persona de edad x recibirá un capital unitario si sobrevive dentro de n años, es decir, si alcanza la edad $x+n$, esta operación recibe el nombre de “capital diferido”, como vimos en el cuadro resumen, es un seguro de vida, en caso de vida.

Su denominación viene dada por la expresión: ${}_nE_x$ y el cálculo del valor de la prima neta o pura única que debería abonar, resulta de:

$${}_nE_x = \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

Donde:

$$D_x = v^x * I_x$$

Y por lo tanto:

$$D_{x+n} = v^{x+n} * I_{x+n}$$

De manera entonces, que resulta la prima neta o pura única de un seguro dotal¹⁴ puro (capital diferido) que tendría que pagar una persona de edad x para recibir una suma asegurada de 1 u.m dentro de n años, si sobrevive.

Rentas vitalicias

Como hemos visto, una *anualidad o renta contingente* es aquella en la que su fecha de inicio o la de terminación, o ambas, dependen de algún suceso que puede ocurrir, pero no se sabe cuándo.

Un ejemplo de este tipo de anualidad sería el pago de una pensión a un cónyuge por motivo del fallecimiento del otro. Otro caso sería el pago de un beneficio/haber previsional, a un trabajador que se jubila; se le paga cierta cantidad periódica mientras vive.

Las rentas vitalicias o de capitales múltiples se definen como un conjunto de capitales con vencimientos determinados cuya exigencia o pago se produce si en ellos se encuentra con vida una cabeza determinada. Pueden clasificarse en rentas constantes o rentas variables, inmediatas o diferidas, pactadas a un plazo determinado o sin límite de tiempo.

1. Rentas constantes

Se refieren a las rentas cuyos términos o cuotas son iguales. Se clasifican en de pagos adelantados (prepagable) o de pagos vencidos (pospagable), y éstas a su vez en ilimitadas, temporales, diferidas y diferidas temporales o interceptadas. Nuestra tarea, seguidamente, será calcular el valor actual de dichas rentas, el cual consiste en la determinación del valor de la prima neta única que debe satisfacer hoy una persona que desea percibir una renta anual mientras viva, en cualesquiera de las clases indicadas anteriormente. A continuación, veamos el cálculo mencionado tomando de referencia una renta unitaria, es decir de 1 u.m¹⁵

- a) Rentas de pagos adelantados e ilimitada: es la que percibirá una persona que contrata el seguro a la edad x , mientras sobreviva, de allí el término “ilimitada”.

Definiremos como a_x al valor de la prima pura neta que deberán abonar cada una de las personas de edad x , (l_x) es decir que:

$$a_x \cdot l_x = l_x + l_{x+1} \cdot v + l_{x+2} \cdot v^2 + l_{x+3} \cdot v^3 + \dots + l_{x+\omega} \cdot v^\omega$$

Si despejamos a_x , y multiplicamos y dividimos la expresión por v^x , obtendremos el valor de la prima en términos de conmutación:

¹⁴ Dotal: procede del latín dotālis, significa *perteneciente o relativo a la dote, y dote es asignación, entre otras acepciones*

¹⁵ u.m: a lo largo de este texto, denominaremos así a la cantidad de unidades monetarias consideradas

$$a_x = \frac{Dx}{Dx} + \frac{Dx+1}{Dx} + \frac{Dx+2}{Dx} + \frac{Dx+3}{Dx} + \dots + \dots + \dots + \frac{Dx+\omega}{Dx}$$

Utilizando el valor de conmutación

$$N_x = \sum_{t=0}^{\omega-1-x} Dx + t$$

Y reemplazándolo en el numerador de la serie, entonces el valor de la prima pura única para este seguro de renta vitalicia será:

$$a_x = N_x / D_x$$

Aplicando la misma lógica anterior obtendríamos las primas puras únicas para el resto de rentas, de tal manera que las fórmulas resultantes serían:

- b) Renta vitalicia de pagos adelantados y temporal: es la que percibirá la persona durante “n” años

$$a_{x+n} = (N_x - N_{x+n}) / D_x$$

- c) Renta vitalicia de pagos adelantados, diferida e ilimitada: es la que percibirá la persona a partir de una edad determinada y mientras esté con vida:

$${}_n/a_x = N_{x+n} / D_x$$

- d) Renta vitalicia de pagos adelantados, diferida y temporal: es la que percibirá la persona a partir de una edad determinada y por un lapso de tiempo:

$${}_n/m a_x = N_{(x+n)} - N_{(x+n+m)} / D_x$$

Si ahora consideramos el caso que las rentas fueran de pagos vencidos, aplicando el mismo razonamiento anterior obtendríamos las primas netas únicas para estas operaciones, de tal manera que las fórmulas resultantes serían:

$$a_x = N_{x+1} / D_x$$

Aplicando la misma lógica anterior obtendríamos las primas puras únicas para el resto de rentas, de tal manera que las fórmulas resultantes serían:

- a) Renta vitalicia de pagos vencidos y temporal: es la que percibirá la persona durante “n” años

$$a_{x+n} = (N_{x+1} - N_{x+n+1}) / D_x$$

- b) Renta vitalicia de pagos vencidos, diferida e ilimitada: es la que percibirá la persona a partir de una edad determinada y mientras esté con vida:

$${}_n/a_x = N_{x+n+1}/D_x$$

- c) Renta vitalicia de pagos vencidos, diferida y temporal: es la que percibirá la persona a partir de una edad determinada y por un lapso de tiempo:

$${}_n/m a_x = N_{(x+n+1)} - N_{(x+n+m+1)}/D_x$$

Relaciones de equivalencia a través de los métodos geométrico y de recurrencia

- **Método geométrico:** establece la relación de equivalencia entre el valor actual de una serie uniforme diferida de n capitales unitarios ($a_{(x;h;n)}$) y la diferencia entre los valores actuales de dos series uniformes de capitales unitarios: uno de riesgo inmediato durante $h + n$ años ($a_{(x;0;k+n)}$) y otra de riesgo inmediato durante h años ($a_{(x;0;h)}$):

$$a_{(x;h;n)} = a_{(x;0;h+n)} - a_{(x;0;h)}$$

- **Método de recurrencia:** nos permite calcular, utilizando el factor de actualización actuarial, a la edad $x+h$; de una serie de uniforme de n capitales unitarios, pagaderos a partir de la edad $x+h$ ($a_{(x+h;0;n)}$)

$$a_{(x;h;n)} = E_{(x;h)} * a_{(x+h;0;n)}$$

A modo de corolario

Como resultado de la observación de las fórmulas precedentes, podemos establecer una regla mediante la cual sus subíndices expresan por sí solos lo siguiente:

- El subíndice de todos los denominadores indica la edad en que fue contratada la renta.
- El subíndice del único o primer término del numerador indica la edad en que se comienza a percibir la renta.

Sólo en rentas temporales, el subíndice del segundo término del numerador indica la edad en que se deja de percibir o pagar la renta.

2. Rentas variables

Se refieren a las rentas cuyos montos no son iguales, los cuales pueden incrementar en progresión aritmética o geométrica. Al igual que las constantes, se clasifican en de pagos adelantados o de pagos vencidos, y éstas a su vez en ilimitadas, temporales, diferidas y diferidas temporales (o interceptadas). Para calcular el valor actual de dichas rentas, es necesario definir un nuevo valor de conmutación:

$$S_x = \sum_{t=0}^{\omega-x-1} N_x + t$$

Entonces, las primas netas únicas de las rentas variables, tanto en progresión aritmética como geométrica son:

1. Rentas variables en progresión aritmética

Sea una renta cuyos términos varían en progresión aritmética, siendo el primer año de cuantía c , el segundo año $c+h$, el tercero $c+2h$...; esto es, $C=\{c, c+h, c+2h, \dots\}$. Su valor actual actuarial sería:

1. Renta de pagos adelantados e ilimitada:

$$(\text{VaC})_x = c * \frac{N_x}{D_x} + h * \frac{S_{x+1}}{D_x}$$

2. Renta de pagos adelantados y temporal:

$$(\text{VaC})_x = c * \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} + h * \frac{S_{x+1} - S_{x+n+1} - n * N_{x+n}}{D_x}$$

3. Renta de pagos adelantados, diferida por k períodos e ilimitada:

$$n/(\text{VaC})_x = c * E_{(x,n)} * (\text{VaC})_{(x+n)}$$

2. Rentas variables en progresión geométrica

Con el mismo razonamiento anterior, entonces, el valor de las que varían en progresión geométrica, serán:

1. Renta de pagos adelantados e ilimitada:

$$g \cdot a_x = \frac{N'x}{D'x}$$

2. Renta de pagos adelantados y temporal:

$$g \cdot a_x = \frac{N'x - N'x+n}{D'x}$$

3. Renta de pagos adelantados, diferida por k períodos e ilimitada

$$k/g \cdot a_x = \frac{1}{(1+i)^k} * \frac{N'x+k}{D'x}$$

4. Renta de pagos adelantados, diferida por k períodos y temporal

$$k/g.a_{x:n} = \frac{1}{(1+i)^k} * \frac{N'_{x+k} - N'_{x+k+n}}{D'x}$$

5. Renta de pagos vencidos e ilimitada

$$g.a_x = \frac{1}{(1+i)} * \frac{N'_{x+1}}{D'x}$$

6. Renta de pagos vencidos y temporal

$$g.a_{x:n} = \frac{1}{(1+i)} * \frac{N'_{x+1} - N'_{x+1+n}}{D'x}$$

7. Renta de pagos vencidos, diferida por k períodos e ilimitada

$$k/g.a_x = \frac{1}{(1+i)^{k+1}} * \frac{N'_{x+k+1}}{D'x}$$

8. Renta de pagos vencidos, diferida por k períodos y temporal

$$k/g.a_{x:n} = \frac{1}{(1+i)^{k+1}} * \frac{N'_{x+k+1} - N'_{x+k+1+n}}{D'x}$$

3. Seguros en caso de vida de pago fraccionado**1. Renta vitalicia, de riesgo inmediato y temporal**

El capital anual se paga en k fracciones de 1/k cada una, que pueden ser mensuales, semestrales, etc.

La prima pura única en este caso, de pagos constantes, para una persona de edad "x" con primer pago del capital asegurado a la edad "x" por el plazo de "n" años y pago del capital anual en "k" fracciones de año se simboliza como: $a(x;0;n;k)$

Se puede calcular como:

$$a_{(x;0;n;k)} = a_{(x;0;n)} - (k-1)/2k * [1 - E_{(x;n)}]$$

Donde:

x = es la edad de contratación

0 = es el plazo de diferimiento

n = plazo de cobertura del seguro

k = cantidad de pagos en el año.

k = cantidad de pagos en el año.

La fórmula precedente nos indica el valor de la prima pura única que debería pagar el tomador del seguro para recibir una renta de $1/k$ u.m al inicio de cada k -ésimo periodo de año durante los siguientes “ n ” años del contrato, siempre que se encuentre con vida.

Si en cambio se quisiera calcular cual es la prima pura única que debería pagar el tomador del seguro para recibir una renta de 1 u.m al inicio de cada k -ésimo periodo de año durante los siguientes “ n ” años del contrato, siempre que se encuentre con vida, se debería multiplicar por k el resultado de la expresión anterior.

De esta manera si usted tuviera que determinar cual es la prima pura única que debería pagar el tomador de un seguro para recibir una renta de, por ejemplo, “ C ” u.m al inicio de cada k -ésimo periodo de año durante los siguientes “ n ” años del contrato, siempre que se encuentre con vida, debería multiplicar por “ C ” y por k el resultado de la expresión anterior.

De tal forma que debiera utilizar para este caso en particular, la siguiente expresión:

$$C \cdot k \cdot a_{(x;0;n)} - (k-1)/2k * [1 - E_{(x;n)}]$$

2. De riesgo inmediato e ilimitado

La prima pura única para una persona de edad “ x ” con primer pago del capital asegurado a la edad “ x ” mientras viva y pago del capital anual en “ k ” fracciones de año se simboliza. $a_{(x;0;\omega-x;k)}$

Se puede calcular como:

$$a_{(x;0;\omega-x;k)} = a_{(x;0;\omega-x)} - (k-1)/2k$$

Donde:

x = es la edad de contratación

0 = es el plazo de diferimiento

$\omega-x$ = plazo de cobertura

k = cantidad de pagos en el año.

Resultan aplicables los comentarios vertidos en el apartado 1. anterior.

3. Riesgo diferido y temporal

La prima pura única, en este caso para una persona de edad “ x ” con primer pago del capital asegurado a la edad “ $x+h$ ” por el plazo de “ n ” años y pago del capital unitario anual en “ k ” fracciones de año se simboliza. $a_{(x;h;n;k)}$

Se puede calcular como:

$$a_{(x;h;n;k)} = a_{(x;h;n)} - (k-1)/2k * [E_{(x;h)} - E_{(x;h+n)}]$$

Donde:

x = es la edad de contratación

h = es el plazo de diferimiento

n = plazo de cobertura

k = cantidad de pagos por año.

Resultan aplicables los comentarios vertidos en el apartado 1.

4. Riesgo diferido e ilimitado

La prima pura única, en este caso, para una persona de edad “x” con primer pago del capital asegurado a la edad “x+h” mientras viva y pago del capital unitario anual en “k” fracciones de año se simboliza: $a_{(x;h;\omega-x-h;k)}$

Se puede calcular como:

$$a_{(x;h;\omega-x-h;k)} = a_{(x;h;\omega-x-h)} - (k-1)/2k * E_{(x;h)}$$

Donde:

x = es la edad de contratación

h = es el plazo de diferimiento

$\omega-x-h$ = plazo de cobertura

k = cantidad de pagos por año

Resultan aplicables los comentarios vertidos en el apartado 1.

Casos particulares en los que el diferimiento es en fracciones de un k –ésimo año:

En este caso las fórmulas que anteceden pueden calcularse de la siguiente manera:

1. $a_{(x;1/k;n;k)} = a_{(x;0;n;k)} - 1/k + 1/k * E_{(x;n)}$
2. $a_{(x;1/k;\omega-x-1/k;k)} = a_{(x;0;\omega-x;k)} - 1/k$
3. $a_{(x;h+1/k;n;k)} = a_{(x;h;n;k)} - 1/k * E_{(x;h)} + 1/k * E_{(x;h+n)}$
4. $a_{(x;h+1/k;\omega-x-h-1/k;k)} = a_{(x;h;\omega-x-h;k)} - 1/k * E_{(x;h)}$

Seguros sobre la vida en caso de muerte

Tal como hemos visto en el cuadro del inicio del capítulo, se pueden clasificar en:

- **Seguro de Vida Entera:** Proporciona protección para toda la vida del asegurado, la póliza vence para su pago sólo en caso de fallecimiento de la persona asegurada, cualquiera que sea la fecha en que el asegurado fallezca.
- **Seguros Temporales:** En este tipo de seguro, la póliza temporal es aquella bajo la cual la suma asegurada es pagadera solamente si la persona asegurada muere dentro del período establecido.
- **Seguros Mixtos:** Otra modalidad de los planes dotales es el Mixto, que establece el pago de la suma asegurada en caso de muerte o sobrevivencia del asegurado, es decir, es la suma de un temporal y un dotal puro.

Veamos para comenzar los razonamientos un ejemplo: supongamos que el beneficiario de un seguro recibirá un capital unitario (1 u.m) al final del año, si el deceso del tomador de edad x se produce dentro del año, es decir, antes de alcanzar la edad x+1.

A fin de establecer el valor de la prima, definimos como A_x a la cantidad que deben abonar cada una de las personas de edad x , es decir todos los l_x .

Entonces:

$$A_{x:1} * l_x = d_x * v$$

Despejando A_x , y multiplicando y dividiendo el segundo término por v^x

El valor de la prima pura o neta única que debería pagar surge de:

$$A_{x:1} = \frac{d_x * v^{x+1}}{l_x * v^x}$$

Utilizaremos el símbolo de conmutación C_x previamente definido, siendo:

$$C_x = d_x * v^{x+1}$$

Y recordando que $D_x = l_x * v^x$

De manera que:

$$A_{x:1} = C_x / D_x$$

Desarrollaremos brevemente, las fórmulas para los distintos tipos de seguro que cubren el riesgo de muerte

a) Seguro de vida entera

$$A_x * l_x = d_x v^1 + d_{x+1} * v^2 + d_{x+2} * v^3 + d_{x+3} * v^4 + \dots + d_{x+\omega-1-x} * v^{x+\omega-x}$$

Si despejamos A_x , y multiplicamos y dividimos la expresión por v^x , obtendremos el valor de la prima en términos de conmutación, previo realizar algunas operaciones:

$$A_x = \frac{d_x * v^{x+1}}{l_x * v^x} + \frac{d_{x+1} * v^{x+2}}{l_x * v^x} + \dots + \frac{d_{x+\omega-x-1} * v^{x+\omega-x}}{l_x * v^x}$$

$$A_x = \frac{C_x}{D_x} + \frac{C_{x+1}}{D_x} + \dots + \frac{C_{\omega-1}}{D_x}$$

Como hemos definido al inicio del capítulo, utilizaremos como valor de conmutación M_x

$$M_x = \sum_{t=0}^{\omega-x} C_{x+t}$$

De manera que el valor de la prima del seguro de vida entera, será:

$$A_x = M_x/D_x$$

b) Seguro temporal:

$$A_{x:n} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

c) Seguro Dotal Mixto:

$$A_{x:n} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x}$$

Tal como vimos para los seguros de vida en caso de vida, también encontramos en estos, aquellos en los que la suma asegurada resulta variable, tanto en progresión aritmética como geométrica, que desarrollamos brevemente a continuación:

1. Seguros de vida con variación de suma asegurada en progresión aritmética:

Sea un seguro de vida en caso de muerte, individual cuyos términos varían en progresión aritmética, siendo el primer año de cuantía c , el segundo año $c+h$, el tercero $c+2h$...; esto es:

$$C = \{c, c+h, c+2h, \dots, c+(\omega-x-1)h\}.$$

Ahora debemos definir un nuevo valor de conmutación, que resulta R_x y que viene dado por la siguiente expresión:

$$R_x = \sum_{t=0}^{\omega-x-1} M_{x+t} + t$$

Entonces, las primas netas únicas de cada uno de los seguros de vida individual tradicionales son:

1. Seguro de vida entera:

$$(VAC)_x = c * \frac{M_x}{D_x} + h * \frac{R_{x+1}}{D_x}$$

2. Seguro de vida temporal:

$$(VAC)_{x:n} = c * \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} + h * \frac{R_{x+1} - R_{x+n} - (n-1) * M_{x+n}}{D_x}$$

3. Dotal Mixto

$$(VAC)_{x:n} = c * \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} + h * \frac{R_{x+1} - R_{x+n} - (n-1) * M_{x+n}}{D_x} + [c+h*(n-1)] * \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

Seguros de pago fraccionado en caso de muerte

En este caso, se paga el capital asegurado al fin de la fracción de año en que tiene lugar el fallecimiento del asegurado.

1) Riesgo inmediato y temporal

La prima pura única de una cobertura de muerte para una persona de edad “x” con pago del capital unitario al fin de la fracción de año del fallecimiento, se simboliza como: $A_{(x;0;n;k)}$ y puede calcularse mediante la aplicación de las siguientes fórmulas:

$$A_{(x;0;n;k)} = 1 - E_{(x;n)} - f(k) * a_{(x;0;n;k)}$$

$$A_{(x;0;n;k)} = A_{(x;0;n)} * i/j(k)$$

Donde:

x = es la edad de contratación

0 = es el plazo de diferimiento

n = plazo de cobertura

2) Riesgo inmediato e ilimitado

La prima pura única de una cobertura de muerte para una persona de edad “x” con pago del capital al fin de la fracción de año del fallecimiento, se puede calcular como:

$$A_{(x;0;\omega-x;k)} = 1 - f(k) * a_{(x;0;\omega-x;k)}$$

$$A_{(x;0;\omega-x;k)} = A_{(x;0;\omega-x)} * i/j(k)$$

Donde:

x = es la edad de contratación

0 = es el plazo de diferimiento

$\omega-x$ = plazo de cobertura

3) Riesgo diferido y temporal

La prima pura única de una cobertura de muerte para una persona de edad “x” con pago del capital al final de la fracción de año del fallecimiento, puede calcularse como:

$$A_{(x;h;n;k)} = E_{(x;h)} - E_{(x;h+n)} - f(k) * a_{(x;h;n;k)}$$

$$A_{(x;h;n;k)} = A_{(x;h;n)} * i/j(k)$$

Donde:

x = es la edad de contratación

h = es el plazo de diferimiento

n = plazo de cobertura

4) Riesgo diferido e ilimitado

La prima pura única de una cobertura de muerte para una persona de edad “ x ” con pago del capital al final de la fracción de año del fallecimiento, puede calcularse como:

$$A_{(x;h;\omega-x-h;k)} = E_{(x;h)} - f_{(k)} * a_{(x;h;\omega-x-h;k)}$$

$$A_{(x;h;\omega-x-h;k)} = A_{(x;h;\omega-x-h)} * i/j_{(k)}$$

Donde:

x = es la edad de contratación

h = es el plazo de diferimiento

$\omega-x-h$ = plazo de cobertura

Primas de pago fraccionado

Pueden ser con o sin efecto liberatorio, y pueden calcularse:

- a) **Con efecto liberatorio, es decir en caso de fallecimiento no se descuentan del capital asegurado a abonar a los derechohabientes, las porciones de primas no abonadas por el causante**

En este caso, la fórmula de equivalencia actuarial surge de:

$$p_{(x;1)} = p_{(x;n)} * a_{(x;0;n)} = P_{(x;n;k)} * a_{(x;0;n;k)}$$

Las primas fraccionadas, primas pagaderas por fracción de año, con efecto liberatorio en caso de fallecimiento del asegurado ,se calculan a partir de la ecuación anterior que refleja la equivalencia entre la prima pura única y las primas anuales($P_{(x;n)}$ o $P_{(x;n;k)}$), todo valuado a la edad x .

$$P_{(x;n;k)} = P_{(x;n)} * [a_{(x;0;n)}/a_{(x;0;n;k)}] > 1$$

La prima anual fraccionada resulta mayor que la prima pura anual, ya que existen recargos financieros (por la existencia de la financiación) y recargos por mortalidad (por el efecto liberatorio en caso de fallecimiento, dado que como se expresó precedentemente, no se descuentan las porciones de primas no pagadas por el causante).

Una de las formas de cálculo es la siguiente:



$$P(x;n;k) = \underbrace{P(x;n)}_{(a)} * f_{(k)}/d * \{1-[A(x;0;n)+E(x;n)]\} / \{1-[A(x;0;n;k)+E(x;n)]\} \quad (b)$$

Donde:

(a) es el recargo financiero

(b) es el recargo por mortalidad

b) Sin efecto liberatorio

En este caso, los derechohabientes deberán hacerse cargo del pago de las fracciones de primas no abonadas por el causante al momento de su fallecimiento, hasta cubrir el año en curso.

Su valor se determina tomando en cuenta (en cada año) solo la actualización financiera. El valor de esta prima es inferior ya que la probabilidad de fallecer y no pagar más, no está contemplada; el pago de las fracciones de prima para un año es cierto. El monto de fracciones de primas aún no pagadas al momento de fallecimiento, puede descontarse del capital asegurado ya que al momento de su determinación solo se tuvo en cuenta el cálculo de la mortalidad anual pero no la fraccionada.

La fórmula que se aplica es la siguiente:

$$P^s_{(x;n;k)/k} = P_{(x;n)} * f_{(k)} / d$$

Donde:

$P^s_{(x;n;k)/k}$ = es el valor de la prima sin efecto liberatorio

$f_{(k)}/d$ = es el recargo financiero

Ejercicios de aplicación

Rentas Vitalicias y Seguro de Personas

I.- En caso de Vida

Ejercicio N° 1:

Calcule el valor de la prima pura única para los siguientes casos:

a) $a_{(40;0;20)}$

b) $a_{(40;0;\omega-40)}$

Las bases técnicas son las establecidas para el factor de actualización actuarial. Elija usted la tabla de mortalidad a utilizar. Interprete en ambos casos los resultados obtenidos.

Para la resolución de este ejemplo se ha utilizado:

Tabla de mortalidad CSO '80 Hombres

$$t = 20$$

$$x = 40$$

$$x+t = 60$$

$$i = 4\%$$

Renta unitaria = 1 u.m

Se trata de rentas prepagables entonces:

- a) Es el valor de la prima pura única que se deberá abonar para recibir temporalmente de acuerdo al plazo, en nuestro ejemplo se pagará en cada cumpleaños futuro si la persona se encuentra con vida entre los 40 (inclusive) y 59 años de edad (inclusive).

El primer capital es al momento de valuación que es el inicio del riesgo, o sea cuando la persona tiene 40 años.

El último capital es a los 59 años.

En valores de conmutación:

$$N_{(40)} = 36.820.028,52$$

$$N_{(60)} = 10.051.235,32$$

$$D_{(40)} = 1.965.801,84$$

De manera que el valor de la prima, resulta:

$$a_{(40;0;20)} = (N_{40} - N_{60}) / D_{40} = 13,62$$

- b) Es el valor de la prima pura única que se deberá abonar para recibir durante toda la vida del asegurado es conocida como renta vitalicia, en nuestro ejemplo se pagará en cada cumpleaños futuro mientras la persona se encuentre con vida. El primer capital es al momento de valuación que es el inicio del riesgo.

En valores de conmutación:

$$N_{(40)} = 36.820.028,52$$

$$D_{(40)} = 1.965.801,84$$

De manera que el valor de la prima, resulta:

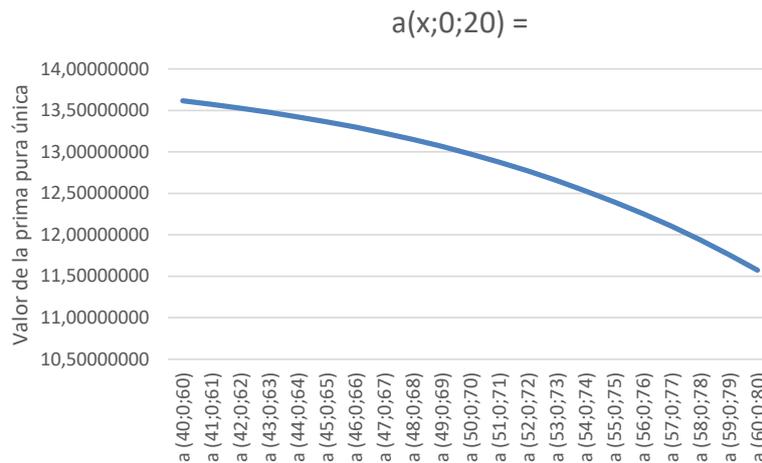
$$a_{(40;0;\omega-40)} = N_{(40)} / D_{(40)} = 18,73$$

Ejercicio N° 2:

Manteniendo fijo el plazo de 20 años, calculemos el valor de la prima correspondiente para $a_{(x;0;20)}$ para el rango de edades 40-60. Realice una reflexión respecto de los resultados obtenidos.

Edad	$(N_x - N_{x+n})/D_x$
40	13,61723883
41	13,57416199
42	13,52762762
43	13,47707754
44	13,42235721
45	13,36288801
46	13,29837324
47	13,22810538
48	13,15156159
49	13,06805982
50	12,97722544
51	12,87840410
52	12,77154025
53	12,65626619
54	12,53232441
55	12,39945323
56	12,25687224
57	12,10397556
58	11,93972669
59	11,76343083
60	11,57454678

Realizaremos el gráfico correspondiente, según los resultados precedentes:



Tal como puede observarse en la tabla y en el gráfico, a medida que aumenta la edad del asegurado, el valor de la prima disminuye.

Ejercicio N° 3:

Rehaga el ejercicio n° 1, utilizando diferentes tipos de interés para los valores conmutados y realice una reflexión sobre los resultados obtenidos.

a(40;0;20)

%	x	t	x+t	N _x	N _{x+t}	D _x	a(40;0;20)
3%	40	20	60	62.222.743	19.585.716	2.893.231	14,737
4%	40	20	60	36.820.028	10.051.234	1.965.802	13,617
5%	40	20	60	22.146.715	5.216.111	1.340.607	12,629

a(40;0;w40)

%	x	t	x+t	N _x	D _x	a(40;0;w-40)
3%	40	60	100	62.222.743	2.893.231	21,506
4%	40	60	100	36.820.028	1.965.802	18,730
5%	40	60	100	22.146.715	1.340.607	16,520

Como puede observarse, a menor tasa de interés mayor es el valor de prima, contrariamente, a mayor tasa de interés, menor es el valor de la prima a abonar.

Ejercicio N° 4:

Rehaga el ejercicio n° 1, utilizando una tabla de mortalidad diferente y reflexione sobre los resultados obtenidos.

En este caso se utilizará la Tabla de mortalidad Argentina 91-92, cuyos datos son los siguientes:

a) $a_{(40;0;20)} = (N_{40} - N_{40+20}) / D_{40} = 13,45383742$

b) $a_{(40;0;w-40)} = N_{40} / D_{40} = 17,98513977$

La diferencia en relación con los valores de prima arrojados utilizando la tabla CSO' 80, obedece al diferente comportamiento poblacional en cuanto a probabilidad de supervivencia de uno y otro grupo.

Ejercicio N° 5:

Calcule el valor de la prima pura única para los siguientes casos y realice una reflexión sobre los resultados obtenidos:

a) $a_{(40;20;10)}$

b) $a_{(40;20;w-60)}$

Se trata de seguros de vida de renta vitalicia diferidas

a) $a_{(40;20;10)} = [N_{(60)} - N_{(70)}] / D_{(40)} = (10.051.235 - 3.918.262,1) / 1.965.801,8 = 3,119832$

b) $a_{(40;20;40)} = [N_{(60)}] / D_{(40)} = (10.051.235) / 1.965.801,8 = 5,113046044$

Reflexión: el valor obtenido en el inciso a) es la cantidad que debe pagar una persona a la edad de 40 años a la aseguradora, para que esta última asuma el riesgo del plan, pagándole \$1 anualmente, desde que cumpla 60 años ($40 + 20$) y durante el plazo establecido (hasta que cumpla 69 años inclusive), si el asegurado se encuentra con vida.

En el inciso b) es la cantidad que debe pagar una persona a la edad de 40 años a la aseguradora, para que esta última asuma el riesgo del plan, pagándole \$1 anualmente, cuyo primer pago se efectuará a la edad de 60 años ($40 + 20$) y por el resto de su vida, mientras sobreviva el contratante.

Las primas en ambos casos son muy pequeñas en comparación con la suma de pagos probables que la aseguradora tendrá que hacer (10 en el inciso (a) y 41 en el inciso (b)), en razón de que el pago hecho a la fecha de contratación se capitalizará por 20 años consecutivos antes de que se tenga que hacer (probablemente) el primer desembolso de \$1 al contratante, conjuntamente con las decrecientes probabilidades de supervivencia.

Ejercicio N° 6:

Calcule el valor de la prima para un seguro de renta vitalicia: $a_{(40;t;10)}$, donde t varía de 10 a 45 años y realice una reflexión sobre los resultados obtenidos.

Se trata de determinar los valores de las primas puras únicas de una renta vitalicia diferida, con variación del plazo de diferimiento entre 10 y 45 años, que debe abonar una persona con edad de contratación 40 años, siempre que, al momento de percibir la renta unitaria, esté con vida:

	N_{x+h}	N_{x+h+n}	$D_x (x=40)$	$a_{(40;t;10)}$
50	20.471.815,29	10.051.235,32	1965801,844	5,30093102
51	19.196.230,36	9.266.163,93	1965801,844	5,051407629
52	17.977.113,36	8.522.212,16	1965801,844	4,809691899
53	16.812.587,02	7.818.166,26	1965801,844	4,575446297
54	15.700.871,95	7.152.890,94	1965801,844	4,348343166
55	14.640.294,70	6.525.327,78	1965801,844	4,128069649
56	13.629.283,13	5.934.468,61	965801,844	3,914338843
57	12.666.316,96	5.379.332,56	1965801,844	3,706876365
58	11.749.937,98	4.858.927,22	1965801,844	3,505445265
59	10.878.709,17	4.372.246,14	1965801,844	3,3098265
60	10.051.235,32	3.918.262,07	1965801,844	3,119832891
61	9.266.163,93	3.495.949,07	1965801,844	2,935298327
62	8.522.212,16	3.104.318,32	1965801,844	2,756073233
63	7.818.166,26	2.742.425,15	1965801,844	2,582020727
64	7.152.890,94	2.409.373,82	1965801,844	2,413018957
65	6.525.327,78	2.104.303,93	1965801,844	2,248967188
66	5.934.468,61	1.826.329,82	1965801,844	2,089803102

67	5.379.332,56	1.574.488,22	1965801,844	1,935517744
68	4.858.927,22	1.347.704,12	1965801,844	1,786153118
69	4.372.246,14	1.144.777,72	1965801,844	1,641807606
70	3.918.262,07	964.389,80	1965801,844	1,502629717
71	3.495.949,07	805.153,24	1965801,844	1,368803187
72	3.104.318,32	665.661,39	1965801,844	1,240540564
73	2.742.425,15	544.508,97	1965801,844	1,118076162
74	2.409.373,82	440.309,15	1965801,844	1,001659796
75	2.104.303,93	351.682,59	1965801,844	0,891555445
76	1.826.329,82	277.221,38	1965801,844	0,788028789
77	1.574.488,22	215.479,78	1965801,844	0,691325243
78	1.347.704,12	164.987,08	1965801,844	0,601646113
79	1.144.777,72	124.281,96	1965801,844	0,519124427
80	964.389,80	91.950,47	1965801,844	0,443808379
81	805.153,24	66.662,30	1965801,844	0,375669061
82	665.661,39	47.199,97	1965801,844	0,314610257
83	544.508,97	32.477,50	1965801,844	0,260469524
84	440.309,15	21.550,38	1965801,844	0,213021861
85	351.682,59	13.616,66	1965801,844	0,171973559

Los resultados obtenidos, nos indican que para una persona de x edad, a medida que se difiere el plazo para el inicio del cobro de los beneficios, disminuye la prima necesaria, debido a que cada vez existe menos probabilidad de que el asegurado sobreviva, y adicionalmente los pagos que se harían en caso de que esté con vida están más alejados en el tiempo del momento en que se realiza el pago de la prima pura única (a la edad de 40 años).

Por otro lado, debe tenerse presente el valor tiempo del dinero durante el tiempo de diferimiento.

Ejercicio N° 7:

Una persona de 26 años recibe un legado de 200.000 u.m y evalúa contratar una renta a percibir a partir del momento que cumpla 55 años. ¿Cuál será su cuantía?

Se debe determinar el valor de una renta vitalicia diferida e ilimitada:

(Con table CSO80 - HOMBRES)

$200.000 = C * N_{55}/D_{26}$; por lo tanto

$C = 47.700,9677$

Ejercicio N° 8:

Una persona de 49 años quiere disponer adicionalmente de \$ 8.000 anuales a partir de los 65 años para incrementar su haber jubilatorio. Calcule cual sería la prima pura única que debería pagar, utilizando las tablas GAM'71 y CSO'80

Se trata de determinar el valor de la PPU de una renta vitalicia diferida:

$PPU = C * N_{65}/D_{49} = 39.131$ (tabla utilizada CSO 80)

$PPU = C * N_{65}/D_{49} = 40.297,82$ (tabla utilizada GAM 71)

Ejercicio N° 9:

Una persona de 30 años contrata un seguro de \$ 100.000, que percibirá si sobrevive a los 65 años, pagando 35 primas vencidas de \$ 994,63.-

¿Qué tasa de interés le permitiría constituir ese capital si se tratara de una operación financiera? No realice ningún cálculo.

- a) 4%
- b) 3,58%
- c) **5,5137%**

Ejercicio N° 10:

Calcule el valor final de 15 pagos anuales de \$1.000 cada uno mientras viva una persona de 35 años. Realice la valuación:

- A) un año después del último pago.
- B) seis años después del último pago.

Indique fórmulas, valores utilizados y realice una reflexión de los resultados obtenidos

Se trata de determinar el valor de una imposición vitalicia:

A) un año después del último pago.

Edad de valuación = 35 años

\$21,558.44, es el valor final de una renta vitalicia un año después del último pago de \$1,000, representando el valor del dinero en el tiempo.

B) seis años después del último pago.

Edad de valuación = 35 años

\$27,200.10, es el valor final de una renta vitalicia seis años después del último pago de \$1,000, representando el valor del dinero en el tiempo.

Valores que surgen de:

$S_{(x,x+n-1,x+n-1)} = [N_{(x)} - N_{(x+n)}] / D_{(x+n)}$ $S_{(x,x+n-1,x+n-1)} = N_{(35)} - N_{(50)} / D_{(50)}$ $S_{(x,x+n-1,x+n-1)} = (47971433.69 - 20471815.29) / 1275584.93$ $S_{(x,x+n-1,x+n-1)} = 21,55844$ $S_{(x,x+n-1,x+n-1)} = 21,55844 * 1000$ $S_{(x,x+n-1,x+n-1)} = 21.558,44$
$S_{(x,x+n-1,x+n-1)} = [N_{(x)} - N_{(x+n)}] / D_{(x+n)}$ $S_{(x,x+n-1,x+n-1)} = N_{(35)} - N_{(50)} / D_{(55)}$ $S_{(x,x+n-1,x+n-1)} = (47971433.69 - 20471815.29) / 1011011.58$ $S_{(x,x+n-1,x+n-1)} = 27,200 * 1000$ $S_{(x,x+n-1,x+n-1)} = 27.200$

Reflexión: los valores obtenidos corresponden al valor final actuarial a la edad de 51 y 56 años respectivamente, de una serie de 15 pagos consecutivos de \$1000. Se observa en los resultados, que, a mayor diferimiento de valuación, respecto al último pago, mayor es la cantidad obtenida, es decir, que la función es creciente respecto de este parámetro, en razón de que hay una mayor capitalización de intereses, tanto financieros como biométricos.

Hay que tener en cuenta que entre los 50 y 55 años no solo se va a capitalizar los fondos a la tasa técnica sino que los mismos se van a distribuir cada vez entre un menor número de personas.

Ejercicio Nº 11:

Se contrata un seguro de vida en caso de vida, donde los capitales que se pagan anualmente en caso de supervivencia, son variables en progresión geométrica, crecientes al 10% anual.

La edad del contratante es 35 años, el primer capital, de 1.000 u.m, lo percibirá a los 36 años y durante 6 años.

Se pide:

- a. cuál es el valor de cada uno de los seis capitales.
- b. cuál es el valor hoy - a la edad de 35 años - de cada uno de los seis capitales pagaderos en caso de supervivencia.
- c. cuál es el valor de la prima pura única.

Se trata de un seguro de vida en caso de vida de Riesgo inmediato, temporal, variable en progresión geométrica creciente, según los siguientes datos:

$x=35$

$t=6$

$r=10\%$

Capital inicial = 1.000 u.m

Utilizamos la Tabla de mortalidad CSO'80 Hombres

$i=4\%$

El asegurado mediante el pago de la prima transfiere al asegurador el riesgo, con cobertura de vida de riesgo inmediato y plazo limitado, consistente en el pago del capital asegurado variable a partir de la fecha de contratación, en cada cumpleaños mientras viva el plazo establecido.

						Repuesta (a)	Repuesta (b)	Repuesta (c)
x	t	$(x+t)$	l_x	$P(35;t)$	$\frac{[(1+r)/(1+i)]^{t * p(x;t)}}$	Capital	$\frac{[(C * P(35;t)]}{(1+i)^t}$	P.P.U (35;6)
35	0	35	9.541.482	1	1			
35	1	36	9.523.362	0,998101	1,0556838	1.000,00	959,71	
35	2	37	9.504.163	0,99608883	1,1143375	1.100,00	1.013,03	
35	3	38	9.483.634	0,99393728	1,1760804	1.210,00	1.069,16	
35	4	39	9.461.613	0,99162935	1,2410428	1.331,00	1.128,22	
35	5	40	9.437.855	0,98913937	1,3093454	1.464,10	1.190,31	
35	6	41	9.412.203	0,98645089	1,3811204	1.610,51	1.255,56	6.615,93

Ejercicio N° 12:

Una persona de 38 años contrata un seguro de vida de capitales múltiples de riesgo limitado, siendo el capital inicial de 2.000 u.m, percibiendo el primer pago a los 50 años.

Cada capital anual representa el 93 % del capital anterior, siendo 8 el número de cobros previsto.

Se le solicita que determine:

- a) el valor de cada uno de los ocho capitales.
- b) el valor a los 50 años de cada uno de los ocho capitales
- c) el valor a los 38 años de cada uno de los ocho capitales.
- d) el valor de la prima pura única a los 50 años
- e) el valor de la prima pura única a los 38 años.
- f) ¿como puede obtenerse el valor obtenido en e) en función del obtenido en d)?

BASES TECNICAS:

Tabla: CSO-80

i: 4% efectiva anual

r: -7% variación capital anual.

t: 8 capitales probables

h: periodo diferido

Capital inicial = 2.000 u.m

- a) Valor de cada uno de los 8 capitales:

x	t	x+t	Capital
50	0	50	2.000
50	1	51	1.860
50	2	52	1.730
50	3	53	1.609
50	4	54	1.496
50	5	55	1.391
50	6	56	1.294
50	7	57	1.203

- b) Valor a los 50 años de cada uno de los 8 capitales:

X	t	x+t	$E_{(50;t)}$	Capitales	$C^*E_{(50;t)}$
50	0	50	1	2.000	2.000
50	1	51	0,95573	1.860	1.778
50	2	52	0,91294	1.730	1.579
50	3	53	0,87153	1.609	1.402
50	4	54	0,83144	1.496	1.244
50	5	55	0,79259	1.391	1.103
50	6	56	0,75492	1.294	977
50	7	57	0,7184	1.203	865

c) Valor a los 38 años de cada uno de los ocho capitales:

x	h	t	x+h+t	$E_{(38;h+t)}$	Capitales	$C \cdot E_{(50;h+t)}$
38	12	0	50	0,59704	2.000	1.194
38	12	1	51	0,57061	1.860	1.061
38	12	2	52	0,54506	1.730	943
38	12	3	53	0,52034	1.609	837
38	12	4	54	0,4964	1.496	743
38	12	5	55	0,4732	1.391	658
38	12	6	56	0,45072	1.294	583
38	12	7	57	0,42891	1.203	516

d) Valor de la prima pura única a los 50 años:

$$2.000+1.778+1.579+1.402+1.244+1.103+977+865=10.947$$

e) valor de la prima pura única a los 38 años:

$$1.194+1.061+943+837+743+658+583+516=6.536$$

f) ¿como puede obtenerse el valor obtenido en e) en función del obtenido en d)?

$$\text{Se podría haber resuelto utilizando el factor de actualización actuarial: } 10947 \cdot 0,597037313 = 6535,763604$$

Ejercicio N° 13:

Una persona de 35 años contrata un seguro de vida de renta vitalicia cuyo primer capital se cobra a los 35 años y es de 1.000 u.m, abonándose en forma mensual al comienzo de cada mes. La cobertura es de 15 años.

Se le solicita determinar:

- a) ¿cuál es el valor hoy - a la edad de 35 años - de ese conjunto de capitales pagaderos en caso de supervivencia, es decir, cuál es el valor de la prima pura?. Indique edad de cobro del primer y último capital.
- b) ¿si la periodicidad de pago fuera semestral, cuál será dicho valor?.
- c) ¿cuánto cobra en uno y otro caso, en el año, de estar vivo?.
- d) ¿qué modificaciones deberá realizar en el punto a) si los pagos fueran al fin de cada mes?. Indique edad de cobro del primer y último capital.

Resolución: (se trata de una renta de pagos fraccionados)

a) Pago mensual

$$a_{(35;0;15):}$$

$$x = 35$$

$$n = 15$$

$$x+n = 50$$

$$N_{(35)} = 47.971.434$$

$$N_{(50)} = 20.471.814$$

$$D_{(35)} = 2.417.959$$

$$a_{(x;0;n)} = 11,37307$$

$$(k-1/2k) = 0,45833$$

$$[1-E_{(x;n)}]:$$

$$x = 35$$

$$n = 15$$

$$x+n = 50$$

$$l_x = 9.541.482$$

$$l_{x+n} = 9.065.178$$

$$p_{(x;n)} = 0,95008$$

$$v^t = 0,55526$$

$$E_{(x;n)} = 0,52755$$

$$[1-E_{(x;n)}] = 0,47245$$

$$a_{(x;0;n;k)} = 11,37307 - 0,45833 * 0,472454$$

$$a_{(x;0;n;k)} = 11,15653$$

$$P_{(35;0;15;12)} = 11,15653 * 1000$$

De tal manera que el valor de la prima por 1.000 u.m a pagar desde los 35 hasta los 49 años:

$$P_{(35;0;15;12)} = 11.156,53 \text{ u.m}$$

b) **Pago semestral**

$$(k-1/2k):$$

$$k = 2$$

$$k-1 = 1$$

$$2k = 4$$

$$(k-1/2k) = 0,25$$

$$a_{(x;0;n;k)} = 11,37307 - 0,25 * 0,472454$$

$$a_{(x;0;n;k)} = 11,15653$$

$$P_{(35;0;15;2)} = 11,25496 * 1000$$

$$P_{(35;0;15;2)} = 11.254,96$$

c) **Cuánto cobra en uno y otro caso, en el año, de estar vivo.**

En el primer caso, cuando la periodicidad es mensual, se cobra $\$1000/12 = \83.33 al principio de cada mes. Si la periodicidad es semestral, se cobran $\$500$ al principio de cada semestre.

d) **¿Qué modificaciones deberá realizar en el punto a) si los pagos fueran al fin de cada mes?.**

$$(k+1/2k):$$

$$K = 12$$

$$k+1 = 13$$

$$2k = 24$$

$$(k-1/2k) = 0,541667$$

$$a_{(x;0;n;k)} = 11,37307 - 0,541667 * 0,472454 = 11,11716$$

$$P_{(35;1)} = 11,11716 * 1000$$

$$P_{(35;1)} = 11.117,16$$

Como se ve, y era de esperarse, el valor presente de la prima pura única es más bajo.

II. Seguros de vida en caso de muerte

Ejercicio N° 1:

Calcule el valor de la prima para un seguro de las siguientes características:

1) $A_{(40;0;15)}$

2) $A_{(40;0;60)}$.

Realice una reflexión sobre los resultados obtenidos.

Se trata de un seguro de muerte de riesgo inmediato y se calcula de la siguiente manera:

$$1) \quad A_{(x;0;n)} = [M_{(x)} - M_{(x+n)}] / D_{(x)}$$

$$A_{(40;0;15)} = [M_{(40)} - M_{(55)}] / D_{(40)} = (549646.90 - 447923.320) / 1965801.84 = \mathbf{0,05174661}$$

$$2) \quad A_{(40;0;60)} = [M_{(40)} - M_{(100)}] / D_{(40)} = (549646.90 - 47.089636) / 1965801.84 = \mathbf{0,27958047}$$

Reflexión: el primer valor obtenido, **(0,05174661)** representa la prima pura que debe aportar el asegurado a la edad de contratación (40 años), transfiriendo a la aseguradora el riesgo del plan, consistente en el pago de \$1 a el/los derechohabiente/s al final del año de fallecimiento del contratante, si el mismo se produce dentro del plazo de contratación de 15 años.

El resultado obtenido en el segundo cálculo **(0,27958047)** representa, a su vez, la prima pura que debe pagar el asegurado a la edad de 40 años, a cambio de que la aseguradora asuma el riesgo del plan, consistente en el pago de \$1 a el/los derechohabiente/s al final del año de fallecimiento del contratante, si el mismo se produce dentro del plazo de contratación de 60 años.

Ejercicio N° 2:

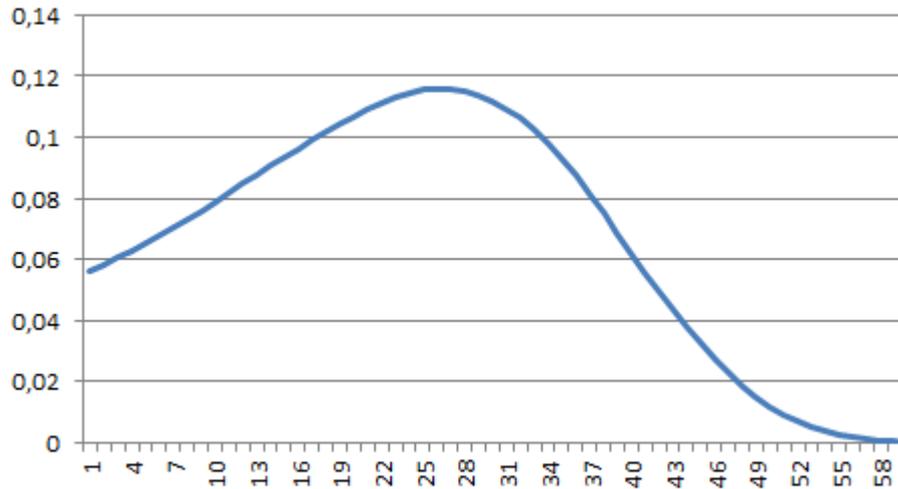
Calcule el valor de un seguro en caso de muerte, de acuerdo a las siguientes características:

$$A_{(40;t;15)}, \text{ para } t = 0, 1, 2, \dots$$

Realice una reflexión sobre los resultados obtenidos

Edad (x)	h=t	x+t	n	x+t+n	$M_{(x+t)}$	$M_{(x+t+n)}$	$D_{(x)}$	$A_{(40;t;15)}$
40	0	40	15	55	549.647	447.923	1.965.802	0,051747
40	1	41	15	56	544.509	438.763	1.965.802	0,053793
40	2	42	15	57	539.142	429.213	1.965.802	0,055921
40	3	43	15	58	533.575	419.308	1.965.802	0,058127
40	4	44	15	59	527.774	409.062	1.965.802	0,060389
40	5	45	15	60	521.756	398.485	1.965.802	0,062708
40	6	46	15	61	515.496	387.561	1.965.802	0,065080
40	7	47	15	62	509.014	376.269	1.965.802	0,067527
40	8	48	15	63	502.304	364.577	1.965.802	0,070062
40	9	49	15	64	495.377	352.452	1.965.802	0,072706
40	10	50	15	65	488.207	339.885	1.965.802	0,075451
40	11	51	15	66	480.800	326.887	1.965.802	0,078295
40	12	52	15	67	473.099	313.508	1.965.802	0,081184
40	13	53	15	68	465.077	299.799	1.965.802	0,084077
40	14	54	15	69	456.698	285.821	1.965.802	0,086925
40	15	55	15	70	447.923	271.611	1.965.802	0,089690
40	16	56	15	71	438.763	257.171	1.965.802	0,092375
40	17	57	15	72	429.213	242.496	1.965.802	0,094982
40	18	58	15	73	419.308	227.573	1.965.802	0,097535
40	19	59	15	74	409.062	212.402	1.965.802	0,100041
40	20	60	15	75	398.485	197.039	1.965.802	0,102475
40	21	61	15	76	387.561	181.598	1.965.802	0,104773
40	22	62	15	77	376.269	166.227	1.965.802	0,106848
40	23	63	15	78	364.577	151.092	1.965.802	0,108599
40	24	64	15	79	352.452	136.358	1.965.802	0,109927
40	25	65	15	80	339.885	122.145	1.965.802	0,110764
40	26	66	15	81	326.887	108.524	1.965.802	0,111081
40	27	67	15	82	313.508	95.550	1.965.802	0,110875
40	28	68	15	83	299.799	83.257	1.965.802	0,110155
40	29	69	15	84	285.821	71.692	1.965.802	0,108927
40	30	70	15	85	271.611	60.935	1.965.802	0,107170
40	31	71	15	86	257.171	51.079	1.965.802	0,104839
40	32	72	15	87	242.496	42.205	1.965.802	0,101888
40	33	73	15	88	227.573	34.359	1.965.802	0,098288
40	34	74	15	89	212.402	27.551	1.965.802	0,094033
40	35	75	15	90	197.039	21.752	1.965.802	0,089169
40	36	76	15	91	181.598	16.898	1.965.802	0,083782
40	37	77	15	92	166.227	12.907	1.965.802	0,077993
40	38	78	15	93	151.092	9.678	1.965.802	0,071937
40	39	79	15	94	136.358	7.105	1.965.802	0,065751
40	40	80	15	95	122.145	5.073	1.965.802	0,059554
40	41	81	15	96	108.524	3.475	1.965.802	0,053438
40	42	82	15	97	95.550	2.216	1.965.802	0,047479
40	43	83	15	98	83.257	1.227	1.965.802	0,041728
40	44	84	15	99	71.692	488	1.965.802	0,036221
40	45	85	15	100	60.935	47	1.965.802	0,030974
40	46	86	15	101	51.079	47	1.965.802	0,025960
40	47	87	15	102	42.205	47	1.965.802	0,021446
40	48	88	15	103	34.359	47	1.965.802	0,017455
40	49	89	15	104	27.551	47	1.965.802	0,013991
40	50	90	15	105	21.752	47	1.965.802	0,011041
40	51	91	15	106	16.898	47	1.965.802	0,008572
40	52	92	15	107	12.907	47	1.965.802	0,006542
40	53	93	15	108	9.678	47	1.965.802	0,004899
40	54	94	15	109	7.105	47	1.965.802	0,003590
40	55	95	15	110	5.073	47	1.965.802	0,002557
40	56	96	15	111				

Graficamente:



Reflexión: Los resultados obtenidos se corresponden con el valor actual actuarial a la edad x de una serie de capitales unitarios anuales pagaderos al fin del año de fallecimiento del asegurado en caso de que este se produzca dentro de ese año.

A la edad de 40 años el asegurado mediante el pago del valor actual actuarial, transfiere a la aseguradora el riesgo y acuerda cobertura de muerte de riesgo diferido a t años y plazo limitado a 15 años, con pago de capital unitario a los derechohabientes al fin del año en que se produzca el fallecimiento del asegurado, si el mismo tiene lugar a partir de un momento determinado y dentro del plazo establecido.

Mientras la variación en la tasa de mortalidad se comporta de forma horizontal, es decir, que no tiene variación tan significativa en $x+t$, la prima mantiene tendencia de crecimiento, luego cuando la tasa de mortalidad se comporta de forma vertical, es decir, que la variación es muy significativa en $x+t$ la prima mantiene tendencia decreciente. A medida de que el plazo se reduce, se requiere de menos capitales.

Observese que hasta $t=26$ sube el valor de la prima. O sea difiriendo el plazo desde el cual se empiezan a contar los 15 años, se ve que al principio el aumento en la probabilidad de tener que pagar (por el aumento de la mortalidad) impacta más que lo que disminuye el valor presente del pago por el efecto del valor tiempo del dinero. A partir de ahí cada año que se extiende el plazo, el aumento de la mortalidad no llega a compensar la disminución del valor presente que genera el valor tiempo del dinero.

Ejercicio N° 3:

Calcule el valor de un seguro en caso de muerte con las siguientes condiciones:
 $A(40+t;0;35)$, para $t= 1, 2, \dots$

Realice una reflexión sobre los resultados obtenidos.

$x+t$	n	$x+t+n$	$M_{(x)}$	$M_{(x+t)}$	$D_{(x)}$	$A_{(40+t;0;35)}$
41	35	76	544.509	181.598	1.885.057	0,19252
42	35	77	539.142	166.227	1.807.187	0,206351
43	35	78	533.575	151.092	1.732.113	0,220819
44	35	79	527.774	136.358	1.659.692	0,235836
45	35	80	521.756	122.145	1.589.840	0,251353
46	35	81	515.496	108.524	1.522.432	0,267317
47	35	82	509.014	95.550	1.457.395	0,283701
48	35	83	502.304	83.257	1.394.632	0,300471
49	35	84	495.377	71.692	1.334.064	0,31759
50	35	85	488.207	60.935	1.275.585	0,334962
51	35	86	480.800	51.079	1.219.117	0,352486
52	35	87	473.099	42.205	1.164.526	0,370017
53	35	88	465.077	34.359	1.111.715	0,387435
54	35	89	456.698	27.551	1.060.577	0,404635
55	35	90	447.923	21.752	1.011.012	0,42153
56	35	91	438.763	16.898	962.966	0,438089
57	35	92	429.213	12.907	916.379	0,454294
58	35	93	419.308	9.678	871.229	0,470175
59	35	94	409.062	7.105	827.474	0,485764
60	35	95	398.485	5.073	785.071	0,501117
61	35	96	387.561	3.475	743.952	0,516278
62	35	97	376.269	2.216	704.046	0,53129
63	35	98	364.577	1.227	665.275	0,546164
64	35	99	352.452	488	627.563	0,560843
65	35	100	339.885	47	590.859	0,575159

Reflexión: en este caso observamos que, al variar la edad de contratación, para el caso desde $x+1$ hasta 65 años, del seguro de vida en caso de muerte, el valor de la prima aumenta dado que se incrementa su probabilidad de muerte.

Ejercicio N° 4:

Calcule el valor de la prima para un seguro en caso de muerte, con estas condiciones:

$A_{(40;0;t)}$, para $t= 1, 2, \dots$

Realice una reflexión sobre los resultados obtenidos.

Edad (x)	t	x+t	$M_{(x)}$	$M_{(x+t)}$	$D(x)$	$A_{(40;0;t)}$
40	1	41	549.647	544.509	1.965.802	0,002613
40	2	42	549.647	539.142	1.965.802	0,005344
40	3	43	549.647	533.575	1.965.802	0,008176
40	4	44	549.647	527.774	1.965.802	0,011127
40	5	45	549.647	521.756	1.965.802	0,014188
40	6	46	549.647	515.496	1.965.802	0,017373
40	7	47	549.647	509.014	1.965.802	0,02067
40	8	48	549.647	502.304	1.965.802	0,024083
40	9	49	549.647	495.377	1.965.802	0,027607
40	10	50	549.647	488.207	1.965.802	0,031254
40	11	51	549.647	480.800	1.965.802	0,035022
40	12	52	549.647	473.099	1.965.802	0,03894
40	13	53	549.647	465.077	1.965.802	0,043021
40	14	54	549.647	456.698	1.965.802	0,047283
40	15	55	549.647	447.923	1.965.802	0,051747
40	16	56	549.647	438.763	1.965.802	0,056406
40	17	57	549.647	429.213	1.965.802	0,061265
40	18	58	549.647	419.308	1.965.802	0,066303
40	19	59	549.647	409.062	1.965.802	0,071515
40	20	60	549.647	398.485	1.965.802	0,076896
40	21	61	549.647	387.561	1.965.802	0,082453
40	22	62	549.647	376.269	1.965.802	0,088197
40	23	63	549.647	364.577	1.965.802	0,094145
40	25	65	549.647	339.885	1.965.802	0,106705
40	26	66	549.647	326.887	1.965.802	0,113317
40	27	67	549.647	313.508	1.965.802	0,120123
40	28	68	549.647	299.799	1.965.802	0,127097
40	29	69	549.647	285.821	1.965.802	0,134208
40	30	70	549.647	271.611	1.965.802	0,141437
40	31	71	549.647	257.171	1.965.802	0,148782
40	32	72	549.647	242.496	1.965.802	0,156247
40	33	73	549.647	227.573	1.965.802	0,163838
40	34	74	549.647	212.402	1.965.802	0,171556
40	35	75	549.647	197.039	1.965.802	0,179371
40	36	76	549.647	181.598	1.965.802	0,187226

Edad (x)	t	x+t	$M_{(x)}$	$M_{(x+t)}$	$D(x)$	$A_{(40;0;t)}$
----------	---	-----	-----------	-------------	--------	----------------

40	37	77	549.647	166.227	1.965.802	0,195045
40	38	78	549.647	151.092	1.965.802	0,202744
40	40	80	549.647	122.145	1.965.802	0,21747
40	41	81	549.647	108.524	1.965.802	0,224398
40	42	82	549.647	95.550	1.965.802	0,230998
40	43	83	549.647	83.257	1.965.802	0,237252
40	44	84	549.647	71.692	1.965.802	0,243135
40	45	85	549.647	60.935	1.965.802	0,248607
40	46	86	549.647	51.079	1.965.802	0,25362
40	47	87	549.647	42.205	1.965.802	0,258135
40	48	88	549.647	34.359	1.965.802	0,262126
40	49	89	549.647	27.551	1.965.802	0,265589
40	50	90	549.647	21.752	1.965.802	0,268539
40	51	91	549.647	16.898	1.965.802	0,271008
40	52	92	549.647	12.907	1.965.802	0,273039
40	53	93	549.647	9.678	1.965.802	0,274681
40	54	94	549.647	7.105	1.965.802	0,27599
40	55	95	549.647	5.073	1.965.802	0,277024
40	56	96	549.647	3.475	1.965.802	0,277837
40	57	97	549.647	2.216	1.965.802	0,278477
40	58	98	549.647	1.227	1.965.802	0,27898
40	59	99	549.647	488	1.965.802	0,279356
40	60	100	549.647	47	1.965.802	0,27958

Reflexión: de acuerdo a los resultados del cuadro precedente, observamos que el costo de la prima de un seguro de muerte inmediato, va aumentando conforme se incrementa el tiempo, debido a la mayor probabilidad de muerte que existe en los tomadores del seguro.

Ejercicio N° 5:

Calcule el valor de las primas puras anuales correspondientes a seguros con las siguientes características: (utilice la tabla de mortalidad CSO'80)

- a) $a_{(40;10;15)}$: el plazo de pago de primas es por 10 años.
- b) $A_{(40;10;50)}$: el plazo de pago de primas es por 10 años.

Realice una reflexión sobre los resultados obtenidos en cada caso.

Dado que $P_{(x;1)} = P_{(x;n)} * a_{(x,x,x+n-1)}$; donde $P_{(x;n)}$ es la prima pura anual, procedemos de la siguiente manera:

a) Calcular $a_{(40;10;15)}$, se trata de un seguro de plazo limitado y diferido

$$a_{(40;10;15)} = (N_{(50)} - N_{(65)}) / (N_{(40)} - N_{(50)})$$

$$a_{(40;10;15)} = (20471815.29 - 6525327.78) / (36820028.52 - 20471815.29)$$

$$a_{(40;10;15)} = 0.853089$$

b) Calcular $A_{(40;10;50)}$, se trata de un seguro en caso de muerte de plazo limitado y diferido

$$A_{(40;10;50)} = (M_{(50)} - M_{(100)}) / (N_{(40)} - N_{(50)})$$

$$A_{(40;10;50)} = (488207,42 - 47,09) / (36820028,52 - 20471815,29)$$

$$A_{(40;10;50)} = 0,02986$$

En caso de plazo ilimitado y diferido

$$A_{(40;10;50)} = M_{(50)} / (N_{(40)} - N_{(50)})$$

$$A_{(40;10;50)} = 488207,42 / (36820028,52 - 20471815,29)$$

$$A_{(40;10;50)} = 0,02986$$

En el caso a) el asegurado a la edad de 40 años contrata un Seguro en caso de Vida, con una prima pura anual pagadera por un plazo limitado a 10 años con riesgo diferido y plazo limitado a 15 años, para constituir un capital equivalente a la prima pura única a la edad $x+h$, con pagos de capitales anuales unitarios mientras viva en cada cumpleaños futuro, de acuerdo al plazo del contrato.

En el caso b) el asegurado a la edad de 40 años contrata un Seguro de vida en caso de Muerte, con una prima pura anual pagadera por un plazo limitado a 10 años con riesgo diferido y plazo limitado a 50 años, pero como en la Tabla CSO Hombres $x+t+n=100$, entonces podemos calcularla como de plazo ilimitado.

No obstante el valor de la prima, que es igual en ambos, hay que tener en cuenta que en el caso de plazo limitado, si el asegurado fallece a esa edad (100 años) no se abona el seguro, mientras que en el de plazo ilimitado, si.

Ejercicio N° 6:

Calcule la prima pura anual correspondiente a seguros con las siguientes características:

- $A_{(40;0;20)}$ considerando 20 años para el pago de primas.
- $A_{(40;0;60)}$ considerando 20 años para el pago de primas.
- $A_{(40;0;60)}$ considerando 60 años para el pago de primas.

Realice una reflexión sobre los resultados obtenidos e indique además la diferencia entre las primas obtenidas en b) y c).

<p>a) $A_{(40;0;20)}$ considerando 20 años para el pago de primas.</p> <p>$P = A_{(X;0;n)} / a_{(X;0;n)}$</p> <p>$A_{(40;0;20)} = (M_{(40)} - M_{(60)}) / (N_{(40)} - N_{(60)})$</p> <p>$A_{(40;0;20)} = (549646.9 - 398485.42) = 151161.49$</p> <p>$a_{(40;0;20)} = (36820028.52 - 10051235.32) = 26768793.2$</p> <p>$P = 151161.49 / 26768793.2$</p> <p>$A_{(40;0;20)} = 0,005647$</p>
<p>b) $A_{(40;0;60)}$ considerando 20 años para el pago de primas.</p> <p>$A_{(40;0;20)} = (N_{(40)} - N_{(40+20)}) / D_{(40)}$</p> <p>$A_{(40;0;20)} = (36820028,52 - 10051235,32) / 1965801,84$</p> <p>$A_{(40;0;20)} = 13,6172$</p>
<p>c) $A_{(40;0;60)}$ considerando 60 años para el pago de primas.</p> <p>$A_{(40;0;60)} = M_{(40)} / N_{(40)}$</p> <p>$A_{(40;0;60)} = 549646.9 / 36820028.52$</p> <p>$A_{(40;0;60)} = 0,014928$</p>

Reflexiones:**a) $A_{(40;0;20)}$ considerando 20 años para el pago de primas.**

El asegurado a la edad de 40 años contrata un Seguro en caso de Muerte, con una prima pura anual pagadera por un plazo limitado a 20 años con riesgo inmediato, para constituir una cobertura que permita el pago de capital unitario a los beneficiarios al fin del año del fallecimiento del asegurado si es que el mismo se da dentro del periodo de 20 años que va desde los 40 años a los 60 años. Si el asegurado muere después de cumplir 60 años ya no hay derecho a recibir un pago para el /los beneficiario/s.

b) $A_{(40;0;60)}$ considerando 20 años para el pago de primas.

El asegurado a la edad de 40 años contrata un Seguro en caso de Muerte, con una prima pura anual pagadera por un plazo limitado a 20 años con riesgo inmediato, para constituir una cobertura que permita el pago de capital unitario a los beneficiarios al fin del año del fallecimiento del asegurado si es que el mismo se da dentro del periodo de 60 años que va desde los 40 años a los 100 años. Si el asegurado muere después de cumplir 100 años ya no hay derecho a recibir un pago para el /los beneficiario/s.

c) $A_{(40;0;60)}$ considerando 60 años para el pago de primas.

El asegurado a la edad de 40 años contrata un Seguro en caso de Muerte, con una prima pura anual pagadera por un plazo limitado a 60 años con riesgo inmediato, para constituir una cobertura que permita el pago de capital unitario a los beneficiarios al fin del año del fallecimiento del asegurado. si es que el mismo se da dentro del periodo de 60 años que va desde los 40 años

a los 100 años. Si el asegurado muere después de cumplir 100 años ya no hay derecho a recibir un pago para el /los beneficiario/s.

Ejercicio N° 7:

Un hombre de 48 años contrata un seguro con las siguientes características:

1. Si fallece entre las edades x y $x+20$ los beneficiarios cobrarán un capital de \$ 65.000.- al fin del año de fallecimiento.
2. Si alcanza con vida la edad $x+20$, cobrará un capital equivalente al 75 % del mencionado en 1.
3. Si alcanza con vida la edad $x+21$, cobrará anualmente el 10% del capital mencionado en 1 mientras viva.

Se le solicita determine:

- a) Valor de la prima pura única total.
- b) Valor de la prima pura anual considerando que las primas se pagan por 15 años al comienzo de cada año mientras viva.
- c) Valor de la prima pura anual considerando que las primas se pagan por 15 años al comienzo de cada año, en forma cierta

Bases técnicas:

Tabla de mortalidad:CSO 80 Hombres,

Tasa de interés técnico: 4,5% efectivo anual,

Se conmutó nuevamente la tabla CSO'80, obteniéndose los valores a la tasa de interés técnico del 4,5% efectivo anual

1. Si fallece entre las edades x (48) y $x+20$ (68) sus beneficiarios cobrarán un capital de \$ 65.000.- al fin del año de fallecimiento.

$$P_{(x;1)} = C \cdot A_{(x;x+n)}$$

$$A_{(x,x,x+n)} = [M_{(x)} - M_{(x+n)}] / D_{(x)}$$

$$x = 48$$

$$n = 20$$

$$x+n = 68$$

$$M_{(x)} = 357.141$$

$$M_{(x+n)} = 205.001$$

$$D_{(x)} = 1.107.842$$

$$A_{(48;0;20)} = 0,137329792$$

$$\text{Capital} = 65.000$$

$$\text{PPU} = 8.926,44$$

Es el valor que tengo que cancelar hoy, para que los beneficiarios cobren en caso de fallecimiento entre 48 y 68 años, el valor de \$65.000.

2. Si alcanza con vida la edad $x+20$, cobrará un capital equivalente al 75 % del mencionado en 1.

$$P_{(x;1)} = C * 0,75 * E_{(x;n)}$$

$$E_{(x;n)} = p_{(x;n)} * (1+i)^{-n}$$

$${}_{20}p_x = l_{(x+n)} / l_{(x)}$$

$$x = 48$$

$$n = 20$$

$$x+n = 68$$

$$l_{(x)} = 9.163.467$$

$$l_{(x+n)} = 7.006.668$$

$${}_{20}p_x = 0,76463$$

$$v^n = 0,41464$$

$$E_{(x;n)} = 0,31705$$

$$\text{Capital} = 48.750$$

$$\text{PPU} = 15.456,12$$

Es el valor a cancelar hoy como Prima Pura Única para recibir un beneficio de \$ 48.750, siempre y cuando se llegue con vida a los 68 años.

3. Si alcanza con vida la edad $x+21$, cobrará anualmente el 10 % del capital mencionado en 1 mientras viva.

$$a_{(x;x+h;w)}$$

$$P_{(x;1)} = C * 0,1 * a_{(x;x+h;w)}$$

$$a_{(x,x+h,\omega)} = N_{(x+h)} / D_{(x)}$$

$$x = 48$$

$$h = 21$$

$$x+h = 69$$

$$N_{(x+h)} = 3.044.746$$

$$D_{(x)} = 1.107.842$$

$$a_{(48;21;\omega-x-h)} = 2,74836$$

$$\text{Capital} = 6.500$$

$$\text{PPU} = 17.864,32$$

Es el valor que debe cancelar el día de hoy para recibir una renta vitalicia anual de \$ 6.500 de por vida a partir de los 69 años.

Se le solicita determine:

1. Prima Pura Única total.

$$PPU_1 = A_{(48;0;20)} * C1 = 8.926,44$$

$$PPU_2 = E_{(48;20)} * C2 = 15.456,12$$

$$PPU_3 = a_{(48;21;31)} * C3 = 17.864,32$$

$$P_{(48;1)} * \text{PPU por la cobertura total} = 42.246,88$$

2. Prima pura anual considerando que las primas se pagan por 15 años al comienzo de cada año mientras viva.

$$P_{(x;n)} = P_{(x;1)} / a_{(x;0;n)}$$

$$P_{(48;15)} = P_{(48;1)} / a_{(48;0;15)}$$

$$P_{(48;1)} = 42.246,88$$

$$a_{(x,x;x+n)} = a_{(48;0;15)} = [N_{(x)} - N_{(x+n)}] / D_{(x)}$$

$$x = 48$$

$$n = 15$$

$$x+n = 63$$

$$N_{(x)} = 17.432.948$$

$$N_{(x+n)} = 5.563.955$$

$$D_{(x)} = 1.107.842$$

$$a_{(48;0;15)} = 10,7136$$

$$P_{(48;15)} = 42.246,88 / 10,71$$

$$P_{(48;15)} = 3.943,29$$

$$\text{PPU por la cobertura total} = 42.246,88$$

$$\text{PPA por la cobertura total} = 3.943,29$$

La forma de pago por éste seguro mixto que brinda diferentes coberturas pueden ser:

De contado \$ 42.246,88 denominada PPUt.

Diferirlo a 15 pagos anuales de \$ 3.943,29 denominada PPA.

3. Prima pura anual considerando que las primas se pagan por 15 años al comienzo de cada año, en forma cierta.

Esto es una anualidad financiera.

$$PPU * [(1+i) * (1 - v^n) / i]$$

$$42.247 / [(1+0,045) * (1 - (1,045)^{-15}) / 0,045] = 3764,37$$

Ejercicio N° 8:

Considere que una persona de 35 años de edad, contrata un seguro cuyo capital es de 100.000 u.m pagadero al final del año de su fallecimiento. Determine el valor de la prima, si:

a) El fallecimiento ocurre en cualquier momento

- b) El fallecimiento ocurre antes de cumplir 45 años
- c) El fallecimiento ocurre luego de cumplir 45 años
- d) El fallecimiento ocurre entre los 60 y los 64 años

$$\begin{aligned} \text{a) PPU Vida Entera} &= 100.000 * A_{35} = 100.000 * M_{35}/D_{35} = 0,24162926 * 100.000 = \\ &24.162,93 \\ \text{b) PPU Temporario} &= 100.000 * A_{(35;10)} = 100.000 * (M_{35}-M_{45})/D_{35} = 0,02157228 * 100.000 = \\ &2.157,23 \\ \text{c) PPU Diferido} &= 100.000 * {}_{10}A_{(35)} = 100.000 * M_{45}/D_{35} = 0,22005698 * 100.000 = 22.005,70 \\ \text{d) PPU Interceptado} &= 100.000 * {}_{25/4}A_{(35)} = 100.000 * (M_{60} - M_{64})/D_{35} = \\ &0,01941517 * 100.000 = 1.941,52 \end{aligned}$$

Ejercicio N° 9:

Se realiza una operación de seguros a favor de una persona determinada que proporciona las siguientes prestaciones:

- a) 10.000 u.m. a los 20 años si sobrevive.
- b) Se paga 10.000 u.m al final del año de fallecimiento si esto ocurre durante los 20 primeros años.

Se le solicita determine el costo de la operación.

Resolución:

Se trata de una operación con seguro mixto.

- a) Primero debe darse que la persona sobreviva a los 20 años de concertada la operación, por ende es un seguro de capital diferido, cuya PPU es = $10.000 * (D_{x+20}/D_x)$
- b) Por otro lado, se le devolverá la prima, si el fallecimiento ocurre durante los primeros 20 años, de manera que se trata de un seguro temporario de muerte:

Es decir que la PPU para este evento debe calcularse como

$$PPU = [10.000 * (M_x - M_{x+20})/D_x]$$

Sumando los dos eventos:

$$PPU = [10.000 * (D_{x+20}/D_x)] + [10.000 * (M_x - M_{x+20})/D_x]$$

Operando esta fórmula, resulta:

$$PPU = 10.000 * (M_x - M_{x+20} + D_{x+20})/D_x$$

$$PPU = 10.000 * (M_{35} - M_{55} + D_{55})/D_{35}$$

$$PPU = 10.000 * 0,483436148 = 4.834,36$$

Ejercicio N° 10:

Una persona de 35 años contrata un seguro de vida en caso de muerte que cubre el fallecimiento en forma inmediata - desde las 35 años- y por un plazo de 10 años. El capital es variable de manera geométrica anual al 8 % creciente. Se le solicita determine:

- cuál es el valor de cada uno de los capitales.
- cuál es entonces el valor de la prima pura Única.
- si el asegurado fallece a los 41 años, cuál es el capital que cobrarán los beneficiarios y cuándo lo cobrarán.

Bases técnicas a utilizar:

Tabla: CSO' 80

i: 4% efectiva anual

r: 8% variación s/ capital anual.

n: 10

C: \$ 1

Bases técnicas a utilizar:

Tabla: CSO' 80

i: 4% efectiva anual

r: 8% variación s/ capital anual.

n: 10

C: \$ 1

a)

x	n	x+t	C*(1+r)^(t)
35	0	35	1
35	1	36	1,08
35	2	37	1,1664
35	3	38	1,259712
35	4	39	1,360489
35	5	40	1,469328
35	6	41	1,586874
35	7	42	1,713824
35	8	43	1,85093
35	9	44	1,999005

b)

x	n	x+t	$C \cdot (1+r)^{(t)}$	V^{n+1}	VP del pago	$q_{(x;t;1)}$	VP del pago * qx
35	0	35	1	0,9615385	0,9615385	0,001899	0,0018260
35	1	36	1,08	0,9245562	0,9985207	0,0020122	0,0020092
35	2	37	1,1664	0,8889964	1,0369253	0,0021515	0,002231
35	3	38	1,259712	0,8548042	1,0768071	0,0023079	0,0024852
35	4	39	1,360489	0,8219271	1,1182228	0,0024900	0,0027843
35	5	40	1,469328	0,7903145	1,1612313	0,0026885	0,0031219
35	6	41	1,586874	0,7599178	1,2058938	0,0029209	0,0035223
35	7	42	1,713824	0,7306902	1,2522744	0,0031512	0,0039462
35	8	43	1,85093	0,7025867	1,3004389	0,0034147	0,0044406
35	9	44	1,999005	0,6755642	1,3504561	0,0036841	0,0049753
						PPU	0,0313419

$P_{(x;1)} = 0,03134194$

Si el asegurado muere a los 41 años los beneficiarios cobrarán la suma de **\$1,586874** , al final del año del contrato, para un capital C = 1 u.m

Ejercicio Nº 11:

En caso de fallecimiento del asegurado, los derechohabientes (beneficiarios) cobrarán el capital al fin del mes de fallecimiento, el capital asegurado que es de \$ 10.000.-

La persona tiene 35 años y contrata un seguro pagadero en caso de fallecimiento, por un plazo de 15 años.

Se le solicita determine:

- a) cuál es el valor de la prima pura única.
- b) si la periodicidad de pago fuera semestral, cuál será dicho valor.
- c) cuánto cobran los derechohabientes en uno y otro caso, en el año, al fallecer el asegurado.

$A_{(x;0;n;k)} = A_{(x;0;n)} \cdot i/j_{(k)}$

x es la edad de contratación x = 35

0 es el plazo de diferimiento h = 0

n plazo de cobertura n=15

k cantidad de pagos por año k=12 y 2

a)

$A_{(x;0;n)} = [M_{(x)} - M_{(x+n)}] / D_{(x)}$

$M_{(35)} = 572,904$

$M_{(50)} = 488,207$

$$D_{(35)} = 2,417,959$$

$$A_{(x;0;n)} = 0,035028099$$

$$j_{(k)} = ((1+i)^{1/k} - 1) * k$$

$$i = 4\%$$

$$k = 12$$

$$j_{(k)} = 3.928\%$$

$$i/j_{(k)} = 1.01820$$

$$A_{(x;0;n;k)} = 0.035665733$$

$$A_{(x;0;n;k)} = A_{(x;0;n)} * i/j_{(k)}$$

$$P_{(35,1;1)} = A_{(x;0;n;k)} * C$$

$$P_{(35,1)} = 0.035665733 * 10.000$$

$$P_{(35,1)} = 356.66$$

b)

$$A_{(x;0;n)} = [M_{(x)} - M_{(x+n)}] / D_{(x)}$$

$$M_{(35)} = 572,904$$

$$M_{(50)} = 488,207$$

$$D_{(35)} = 2,417,959$$

$$A_{(x;0;n)} = 0.035028099$$

$$j_{(k)} = ((1+i)^{1/k} - 1) * k$$

$$i = 4\%$$

$$k = 2$$

$$j_{(k)} = 3.961\%$$

$$i/j_{(k)} = 1.00990$$

$$A_{(x;0;n;k)} = 0.035374945$$

$$A_{(x;0;n;k)} = A_{(x;0;n)} * i/j_{(k)}$$

$$P_{(35,1;1)} = A_{(x;0;n;k)} * C$$

$$P_{(35,1)} = 0.0353749445 * 10.000$$

$$P_{(35,1)} = 353.75$$

c) En los dos casos, los derechohabientes en caso de fallecer el asegurado cobran por el capital asegurado.

CAPÍTULO 4

Prima comercial o de tarifa de los seguros de personas

Una vez que aceptamos nuestros límites, vamos más allá de ellos

Albert Einstein

Reserva Matemática



Prima Comercial

Se denomina también *prima bruta* o *de tarifa*, y es la que aplica el asegurador a un riesgo determinado y para una cobertura concreta. Está formada, como elemento base, por la *prima pura* o *net*a, que vimos en el capítulo anterior, más los recargos para gastos generales de gestión

y administración, gastos comerciales o de adquisición, gastos de cobranza, gastos de liquidación de siniestros, margen de utilidad, entre otros.

Componentes de la Prima

- *Prima de tarifa*: Es el costo del seguro, el cual está compuesto por el costo esperado de la siniestralidad, el costo de adquisición, el costo de administración y el margen de utilidad.
- *Prima de riesgo*: Corresponde al costo esperado de la siniestralidad y es la porción de la prima de tarifa que debe destinarse para el pago de las reclamaciones por concepto de siniestros.
- *Costo de adquisición*: Corresponde al costo total que se deriva de la contratación del producto, específicamente lo correspondiente a la publicidad y comisiones pagadas a los agentes.
- *Costo de administración*: Se refiere al costo de los gastos que debe efectuar la institución, derivados de la administración del plan, entre otros, pagos de sueldos, equipos, etc.
- *Margen de utilidad*: Es la porción de prima que será destinada a la utilidad de la compañía.

Ya vimos que llamamos asegurador al administrador de fondos de terceros, siendo sus funciones fundamentales, el cobro de las primas, el pago de los siniestros que suceden durante la vigencia de la póliza o contrato, hacerse cargo de los gastos o costos detallados precedentemente.

Formula general de Equivalencia Actuarial

$\text{Valor actual de las primas de tarifa} = \text{Valor actual de la cobertura} + \text{Valor actual de los gastos}$

Componentes de la fórmula:

π = Prima comercial, de tarifa o prima bruta.

P = Prima de riesgo.

α = Gastos de administración, % de π

β = Gastos de Adquisición, % de π

δ = Utilidad, % de π .

Entonces, establecemos las siguientes relaciones:

$$\pi = P + \text{recargos}$$

$$\pi = P + \alpha \pi + \beta \pi + \delta \pi$$

$$\pi - \alpha \pi - \beta \pi - \delta \pi = P$$

$$\pi = P / (1 - \alpha - \beta - \delta)$$

$$\pi = P / (1 - \alpha - \beta - \delta)$$

Noción fundamental de Reserva Matemática:

En este tipo de operación financiera contingente, la reserva matemática es la diferencia en un momento dado de los valores de obligaciones de las partes contratantes, teniendo en cuenta las condiciones formales y sustanciales de dicha operación.

Es dable detenerse aquí y en función de los conceptos volcados en los capítulos anteriores, reflexionar sobre la situación que se plantea en el caso de los seguros: el asegurado entrega el valor de una prima única o periódica a fin de recibir una contraprestación futura, esa equivalencia inicial de cálculo no volverá a repetirse, dando lugar a lo largo del tiempo, a la necesidad de constituir un fondo que garantice el cumplimiento de las obligaciones futuras asumidas por parte del asegurador, es decir una “reserva” de valor, además de que las leyes que regulan la actividad, en cualquiera de sus ramas, exigen su constitución y establecen en muchos casos, las condiciones y características que deben observarse a tal fin.

Como hemos hecho en otras oportunidades, recurriremos al Diccionario de la Real Academia Española, para conocer sobre la etimología y significado de la palabra “reserva”, del latín *reservare*, que en alguna de sus acepciones, significa: guardar algo para el futuro, dilatar para otro tiempo lo que se podía o se debía ejecutar o comunicar al presente¹⁶.

En general, denominamos:

- *Reserva matemática*: Es la reserva correspondiente a los seguros de vida y jubilaciones y pensiones.
- *Reserva de riesgo en curso*: Se refiere a las reservas correspondientes a la prima no devengada de los seguros de no vida (patrimoniales y salud).
- *Reservas técnicas*: Son las reservas ligadas directamente con los riesgos que se encuentran en curso, incluyendo obligaciones pendientes, provisiones para contingencias y fondos catastróficos.

Cabe aclarar que algunas de estas reservas pueden estar integradas en el margen de solvencia y ser consideradas integrando el patrimonio de la entidad aseguradora.

Reserva Matemática y Reserva de riesgo en curso

En un contexto general, la reserva de riesgo en curso se puede definir técnicamente, como la parte de la prima que debe ser utilizada para el cumplimiento de las obligaciones futuras por concepto de reclamaciones, a lo que también se le llama “Prima no devengada”.

Es importante tener en cuenta que cuando se trata de seguros de vida o jubilaciones y pensiones es más común llamar a la reserva “Reserva matemática”, en tanto que, para los seguros de daños o patrimoniales, así como de salud se la denomina como “Reserva de riesgos en curso”.

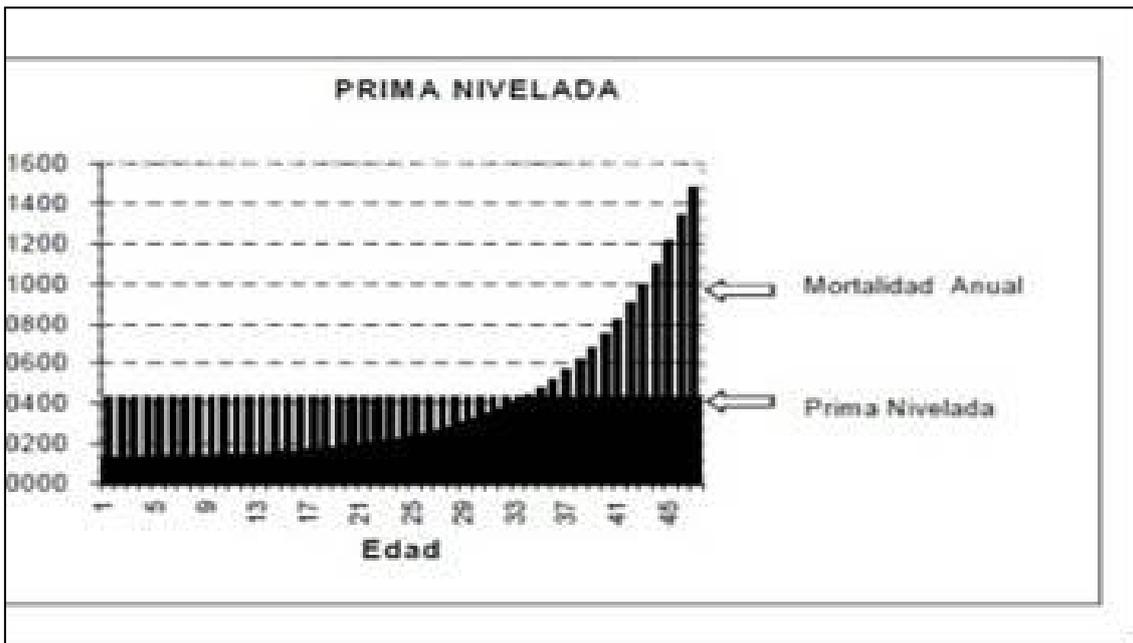
Reserva Matemática de los seguros de vida

- En los seguros de vida, la constitución de la reserva matemática se realiza dependiendo de la temporalidad del plan y de la forma de pago de la prima. En el caso de seguros cuya temporalidad es superior a un año, su constitución debe realizarse mediante métodos actuariales de carácter universal que se encuentran preestablecidos a nivel internacional.

¹⁶ Consultado en: <https://dle.rae.es/reservar>. 6-01-2022

- En los seguros de vida con temporalidad de varios años es frecuente que el pago de las primas se haga en forma nivelada y anual. La forma de operación de estos seguros origina la necesidad de constituir una reserva, ya que la prima nivelada anual al principio del tiempo es superior a la mortalidad esperada y a partir de cierto número de años transcurridos, esta prima es inferior a la mortalidad esperada anual, debido a que el riesgo de muerte es creciente con la edad de los asegurados, mientras que la prima nivelada, al ser un valor promedio, no corresponde al valor esperado de la mortalidad anual.

Gráficamente la prima nivelada presenta el siguiente comportamiento:



El principio general que define una reserva matemática, es que su saldo debe corresponder, como ya se expresaría, a la diferencia entre el valor presente actuarial de las obligaciones futuras de la aseguradora (pago de siniestros futuros, $VPAC_t$) y el valor presente actuarial de las obligaciones futuras del asegurado (pago de primas futuras, $VPAA_t$).

Por lo anterior, se puede decir que la reserva matemática de cualquier tipo de plan con temporalidad superior a un año se puede representar en términos actuariales como:

$$RRC_t = VPAC_t - VPAA_t$$

Métodos de cálculo de la reserva matemática

De manera muy sintética, expondremos:

Prospectivo: Considera los compromisos futuros de asegurado y asegurador, también se los denomina “método de previsión”, dado que se sitúa en el presente pero mirando el futuro del contrato, es el que surge de la diferencia entre el valor actual de la cobertura a prestar y el valor actual de las primas a pagar:

Valor de la Reserva = VACP – VAPAP

Debemos tener en cuenta que algunos casos sobre los tipos de seguro vistos:

En el caso de las coberturas de riesgo diferido, se tiene que el:

VACP = 0 en el período de diferimiento

VAPAP = 0 con posterioridad al plazo de pago de primas

En el caso de planes contratados a prima pura única:

VAPAP = 0

Retrospectivo: Se basa en hechos ya ocurridos, por eso se denomina también “método de acumulación” es el que surge de la diferencia entre el valor futuro de las primas a pagar y el valor futuro de las coberturas a prestar

Valor de la Reserva = VFPP – VFPP

Debemos tener en cuenta que algunos casos sobre los tipos de seguro vistos:

En el caso de las coberturas de riesgo diferido el:

VFPP = 0 en el período de diferimiento

Para comprender mejor lo que hemos expuesto, pensémoslo de esta manera:

Primero veamos qué pasa con los cobros percibidos por la aseguradora tomando en cuenta los intereses devengados hasta el momento en que se realiza el cálculo de la reserva, que surgirán del siguiente razonamiento (considerando capitales unitarios):

Para el año 1: las primas abonadas por el número de sobrevivientes a la edad x , l_x personas, por un valor P_x por cada una de ellas, son invertidas a la tasa “ i ” durante “ t ” años, darán como resultado: $P_x * l_x * (1+i)^t$.

Ahora veamos que pasa en el año 2, el valor acumulado dará como resultado: $P_x * l_{x+1} * (1+i)^{t-1}$

Y para un año “ t ” cualquiera, el valor acumulado dará como resultado: $P_x * l_{x-t+1} * (1+i)^t$

Ahora, en relación a los pagos de eventos que debe afrontar la aseguradora:

Para el año 1: deberá abonar por cada persona fallecida en el período a la edad x , d_x personas, que invertidos a la tasa “ i ” durante “ $t-1$ ” años, darán como resultado: $d_x * (1+i)^{t-1}$

Ahora veamos que pasa en el año 2, el valor acumulado dará como resultado: $d_x * (1+i)^{t-2}$

Y para un año “ t ” cualquiera, el valor acumulado dará como resultado: d_{x+t-1} , dado que estamos en el año de la valuación.

Si lo expresáramos en términos de valores de conmutación, tendríamos la siguiente expresión:

$$\text{Valor de la reserva} = \frac{[P_x * (N_x - N_{x+t}) - (M_x - M_{x+t})]}{D_{x+t}}$$

Solo restará sustituir el valor de P_x por la prima correspondiente a los diferentes tipos de seguro para obtener una ecuación de equivalencia de aplicación genérica.

En orden a los conceptos, formulas generales expresadas precedentemente, relaciones de equivalencia y valores de conmutación, estableceremos brevemente, algunas aplicables a los diferentes tipos de seguros:

Reservas matemáticas para los distintos tipos de seguro

I. Seguros sobre la vida en caso de vida

1. Seguro de capital diferido

Denominaremos en este caso:

VCD: Valor de la reserva de capital diferido

PCD: Prima anual del seguro de capital diferido

a) En caso de pago de prima pura única:

a. Por el método retrospectivo, la formula aplicable es:

$$\mathbf{VCD}_{(x;t)} = \mathbf{P}_{(x;1)} * \mathbf{E}^{-1}_{(x;t)}$$

b. Por el método prospectivo, la fórmula aplicables es:

$$\mathbf{VCD}_{(x;t)} = \mathbf{E}_{(x+t;n-t)}$$

b) En caso de pago de prima pura anual:

a. Por el método retrospectivo, la fórmula aplicable es:

$$\mathbf{VCD}_{(x;t;1)} = \mathbf{PCD}_{(x;n)} * \mathbf{S}_{(x;t;1)}$$

b. Por el método prospectivo, la fórmula aplicable es:

$$\mathbf{VCD}_{(x;t;1)} = \mathbf{E}_{(x+t;n-t)} - \mathbf{PCD}_{(x;n)} * \mathbf{a}_{(x+t;0;n-t)}$$

2. Seguro de rentas vitalicias:

Denominaremos en este caso:

VRV: Valor de la reserva de renta vitalicia

PRV: Prima anual del seguro de renta vitalicia

De plazo diferido y temporal

a. En caso de pago de prima pura anual durante el periodo de diferimiento:

a. Por el método retrospectivo, la fórmula aplicable es:

b.

$$\mathbf{VRV}_{(x;t;1)} = \mathbf{PRV}_{(x;h)} * \mathbf{S}_{(x;t;1)}$$

b. Por el método prospectivo, la fórmula aplicable es:

$$VRV_{(x;t;1)} = a_{(x+t;h-t;n)} - PRV_{(x;h)} * a_{(x+t;0;h-t)}$$

- b. En caso de pago de prima pura anual luego del período de diferimiento:
a. Por el método retrospectivo, la fórmula aplicable es:

$$VRV_{(x;t;1)} = PRV_{(x;h)} * S_{(x;h;1)} * E^{-1}_{(x+h;t-h)} - E^{-1}_{(x+h;t-h)} * a_{(x+h;0;t-h)}$$

- b. Por el método prospectivo, la fórmula aplicable es:

$$VRV_{(x;t;1)} = a_{(x+t;0;h+n-t)}$$

II. Seguros de vida en caso de muerte

a. Seguro de muerte inmediato y temporal

- i. En caso de pago de prima pura única
a. Por el método retrospectivo, la fórmula aplicable es:

$$V_{(x;t)} = P_{(x;1)} * E^{-1}_{(x;t)} - A_{(x;0;t)} * E^{-1}_{(x;t)}$$

- b. Por el método prospectivo, la fórmula aplicable es:

$$V_{(x;t)} = A_{(x+t;0;n-t)}$$

- ii. En caso de pago de prima anual
a. Por el método retrospectivo, la fórmula aplicable es:

$$V_{(x;t;1)} = P_{(x;n)} * S_{(x;t;1)}$$

- b. Por el método prospectivo, la fórmula aplicable es:

$$V_{(x;t;1)} = E_{(x+t;n-t)} - P_{(x;n)} * a_{(x+t;0;n-t)}$$

Aplicación del Método de recurrencia o Fouret para el cálculo de la reserva matemática

Este método fue ideado por Georges Fouret (1845 – 1922), establece una metodología que se utiliza comúnmente para controlar con facilidad los resultados obtenidos mediante los otros métodos, se parte de la reserva obtenida para el año anterior, a efectos de calcular la del año respectivo, puede decirse que es un caso especial de aplicación del método retrospectivo esencialmente.

De manera entonces que para obtener el valor de la reserva de un año t cualquiera, como ya se conoce la del año $t-1$, deberemos pensarla primero en términos de equivalencia a valores unitarios, entonces:

$$I_{x+t-1} * (V_{x;t-1} + P_x) * (1+i) = d_{x+t-1} * I_{x+t} * V_{x;t}$$

Luego, como nos interesa el cálculo del valor acumulado al año t, operamos la ecuación anterior, de la que resulta:

$$V_{x;t} = [I_{x+t-1} * (V_{x;t-1} + P_x) * (1+i) - d_{x+t-1}] / I_{x+t}$$

Algunas cuestiones a tener en cuenta:

$P_x = 0$, si el pago fue calculado a prima pura única

$P_x = 0$ si cesó el período de pago de primas anuales

Algunas fórmulas de aplicación del método de recurrencia para los diferentes tipos de seguro:

1. Seguro en caso de vida de Capital diferido:

- i. En caso de pago de prima pura única:

$$V_{(x;t+1;1)} = V_{(x;t;1)} * E^{-1}_{(x+t;1)}$$

- ii. En caso de pago de prima anual:

$$V_{(x;t+1;1)} = [V_{(x;t;1)} + P_{(x;n)}] * E^{-1}_{(x+t;1)}$$

2. Seguro en caso de vida de rentas vitalicias, diferido y temporal

- i. Durante el período de diferimiento

$$V_{(x;t+1;1)} = [V_{(x;t;1)} + P_{(x;n)}] * E^{-1}_{(x+t;1)}$$

- ii. Luego del periodo de diferimiento

$$V_{(x;t+1;1)} = [V_{(x;t;1)} - 1] * E^{-1}_{(x+t;1)}$$

3. Seguro en caso de muerte temporal

- i. En caso de pago de prima pura única

$$V_{(x;t+1;1)} = [V_{(x;t;1)} - A_{(x+t;0;1)}] * E^{-1}_{(x+t;1)}$$

- ii. En caso de pago de prima pura anual

$$V_{(x;t+1;1)} = [V_{(x;t;1)} + P_{(x;n)} - A_{(x+t;0;1)}] * E^{-1}_{(x+t;1)}$$

Breve conceptualización de la Reserva Matemática Neta

Se denomina así, a la diferencia entre la reserva matemática, calculada por alguno de los métodos precedentes para los diferentes tipos de seguro y el valor actual de los gastos de administración (α) aun no amortizados.

En fórmulas, sería:

$$V_{(x;t;1)} = V_{(x;t;1)} - \alpha * a_{(x+t;0;n-t)} * a^{-1}_{(x;0;n)}$$

Ejercicios de aplicación

1. Cálculo de los valores de primas anuales y de tarifa

Ejercicio N° 1:

Se solicita se realice la determinación de los valores de primas en los siguientes casos:

1. Prima pura anual pagadera mientras viva una persona de 35 años por un plazo de 5 años correspondiente a la siguiente cobertura:

a) cobertura de muerte de riesgo inmediato y plazo limitado para una persona de 35 años y un plazo de 5 años.

b) cobertura de vida de riesgo diferido para una persona de 35 años con pago del capital asegurado al cabo de cinco años en caso de supervivencia.

Las bases técnicas son CSO' 80, tasa de interés técnico del 4 % anual. Capital asegurado: \$ 10.000.

2. Exprese las características de la cobertura ofrecida.

Resolución:

1.

a)

$$x = 35$$

$$n=5$$

$$\text{Capital} = \$ 10.000$$

$$A_{(x;0;n)} = M_{35}-M_{40}/N_{35}-N_{40}$$

$$A_{(x;0;n)} = 0,002085569$$

$$\text{Capital} = \$ 10.000; \text{ por lo tanto abona como prima anual} = \$ 20,85569162$$

b)

$$E_{(x;n)} = D_{x+n}/(N_{35}-N_{40})$$

$$E_{(x;n)} = 0,176282882$$

$$\text{Capital} = \$ 10.000; \text{ por lo tanto abona como prima anual} = \$ 1.762,828821$$

2. En el caso planteado en a) el asegurado abona una prima anual durante 5 años de \$ 20,8556916 para que sus derechohabientes perciban un capital de \$ 10.000, si él fallece entre los 35 y los 40 años. -

En el caso planteado en b) el asegurado abona una prima anual durante 5 años de \$ 1.762,82882 para cobrar a los 40 años, en caso de hallarse con vida, la suma de \$ 10.000.-

Es decir, se trata de un seguro mixto en donde una persona de 35 años de edad toma un seguro de muerte con cobertura inmediata por un periodo de 5 años plazo, para lo cual deberá pagar primas puras anuales de \$ 20,86, en caso de fallecimiento dentro del periodo de cobertura, los derechohabientes cobrarán el capital asegurado de \$10.000.

Ejercicio N° 2:

Con los datos del ejercicio anterior, ahora consideraremos los siguientes gastos:

- 30 % de la primera prima de tarifa en concepto de gastos de adquisición. ¿Donde lo ubica en el eje de un gráfico? ¿Cómo lo calcula? ¿Qué fórmula utiliza? -
- 10 % de cada una de las primas de tarifas anuales - se pagan también durante cinco años - en concepto de gastos de cobranza. ¿Donde lo ubica en el eje de un gráfico? ¿Cómo lo calcula? ¿Qué fórmula utiliza? -
- 1 % en concepto de gastos de liquidación de siniestros. ¿Donde lo ubica en el eje de un gráfico? ¿Cómo lo calcula? ¿Qué fórmula utiliza? -

Donde

$g = 0,30$ Prima de tarifa en concepto de gastos de adquisición

$\delta = 0,10$ Primas de tarifas anuales durante 5 años

$\lambda = 0,01$ en concepto de gastos de liquidación de siniestros

$\alpha = 0$ Inicial sobre capital asegurado

$\beta = 0$ Periódico sobre capital asegurado

PT = Prima de Tarifa

Resolución:

$$PT_{(x;n)} = CA * a^{-1}_{(x;h;n)} \{E_{(x;n)} + \alpha + \lambda E_{(x;n)} + \beta * a_{(x;h;n)}\} / [1 - g * a^{-1}_{(x;h;n)} - \delta]$$

$$a^{-1}_{(35;0;5)} = 1 / \{[N_{(35)} - N_{(40)}] / D_{(35)}\} = 1 / [(47971434 - 36820029) / 2417959]$$

$$a^{-1}_{(35;0;5)} = 0,21682999$$

$$E_{(35;5)} = D_{(40)} / D_{(35)} = 1965802 / 2417959 = 0,813000463$$

$$a_{(35;0;5)} = \{[N_{(35)} - N_{(40)}] / D_{(35)}\} = 1 / [(47971434 - 36820029) / 2417959]$$

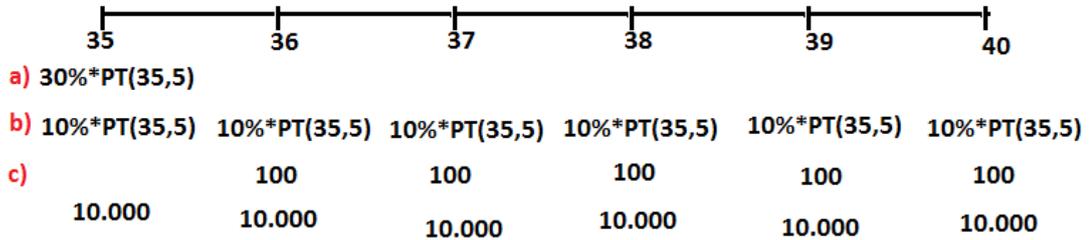
$$a_{(35;0;5)} = 4,611908164$$

$$PT_{(35;5)} = \$10.000 * a^{-1}_{(35;0;5)} * \{E_{(35;5)} + 0 + 0,01 * E_{(35;5)} + 0 * a_{(35;0;5)}\} / [1 - 0,3 * a^{-1}_{(35;0;5)} - 0,05]$$

$$PT_{(35;5)} = \$10.000 * 0,21682999 * \{0,813000463 + 0 + 0,01 * 0,813000463 + 0 * 4,611908164\} / [1 - 0,3 * 0,21682999 - 0,05]$$

$$PT_{(35;5)} = \$10.000 * 0,21682999 * \{0,813000463 + 0 + 0,01 * 0,813000463 + 0 * 4,611908164\} / [1 - 0,3 * 0,21682999 - 0,05] = 1.780,45710971 / 0,88495100 = \$ 2.011,93$$

Ubicación en el eje de un gráfico de los resultados



Ejercicio N° 3:

Responda las siguientes consignas:

1. En el caso de gastos de adquisición que implican un desembolso en el momento de contratación para la aseguradora, ¿cómo los recupera la compañía aseguradora del asegurado? Brinde un ejemplo.

2. Porqué no se aplica el mismo criterio en el caso de los gastos de cobranza?

Respuestas:

1. Los gastos de adquisición son desembolsos que la compañía aseguradora realiza al momento de contratación. Pueden ser gastos fijos, sobre capital asegurado o sobre prima de tarifa.

En general son altos. En virtud de ello, en los planes tradicionales, el mencionado gasto se recupera del asegurado en cuotas, las cuales son calculadas aplicando la cuota de amortización $a^{-1}_{(x;0;n)}$ al importe del gasto de adquisición y la mencionada cuota se carga a cada una de las primas que paga el asegurado.

Por ejemplo, si el gasto de adquisición es de 1,000 um y el asegurado paga cinco primas, a cada prima se le cargará un importe superior a 200 um (1000/5) ya que existe una financiación por parte de la aseguradora. Adicionalmente hay un riesgo de muerte de la persona que paga las cuotas con lo cual más allá del costo financiero está el riesgo de que muera la persona en el periodo que tiene que pagar.

El cuánto más se cobra, surge de aplicar la fórmula previamente expuesta, nada impide que el recupero sea en un plazo inferior al período de pago de primas.

2. En el caso del gasto de cobranza, este se percibe todos los años y directamente se calcula sobre la prima de tarifa anual. Los primeros se abonan por adelantado (por ejemplo, comisiones de promotores, honorarios médicos, etc.) por parte de la compañía y se recuperan periódicamente en las primas futuras, a través de un recargo que deberá percibir del asegurado en esos pagos futuros, a través de una renta vitalicia sobre la vida del asegurado.

Los gastos corrientes se reparten sobre toda la duración del seguro, se cobran y se pagan periódicamente con la misma prima. Pueden establecerse mediante un coeficiente proporcional al capital o a la prima de tarifa.

Reserva Matemática

Ejercicio N° 1:

Considere una persona de género masculino de 35 años que contrata un seguro en caso de vida consistente en el pago de \$ 10.000.- si se encuentra con vida dentro de cinco años.

Se le solicita determinar:

- a) Calcule la prima pura única
- b) Desarrolle el cuadro de la reserva matemática, conteniendo las siguientes columnas:
 - a. En la primera coloque los períodos
 - b. En la segunda el concepto
 - c. En la tercera el importe
 - d. En la cuarta coloque el número de sobrevivientes
 - e. En la quinta coloque el valor del saldo individual

A título de ejemplo para las primeras cuatro columnas:

Periodos	Concepto	Importe	Sobrevivientes
0	Recaudación	$l_{(x)} * P_{(x;1)}$	$l_{(x)}$
1	Saldo Capitalizado	$l_{(x)} * P_{(x;1)} * (1+i)$	$l_{(x+1)}$

Tengase en cuenta que denominamos:

$P_{(x;1)}$: prima pura

x : es la edad de contratación.

Los sucesivos saldos se obtienen capitalizando financieramente el anterior; es decir, multiplicando por el factor de capitalización financiero.

La cuarta columna son los sobrevivientes que surgen de la tabla de mortalidad. La quinta columna se obtiene dividiendo la tercera por la cuarta.

c) Controle los valores obtenidos en la columna de saldo individual - quinta columna - aplicando la fórmula de reserva.

Realice el control por el método prospectivo para el tercer período - $t=3$ - y por el retrospectivo para el cuarto período.

Reolución:

a. Cálculo de la Prima pura única

$$x = 35$$

$$n = 5$$

$$C = 10.000$$

$$i = 4\%$$

$$E_{(35;5)} = 0,8130006$$

$$PPU = P_{(x;1)} = P_{(35;1)} = C * E_{(x;n)} = 10.000 * E_{(35;5)} = \$ 8.130.-$$

b. Cuadro de la reserva matemática

Edad (x)	Periodo - t -	Concepto	Importe	Sobrevivientes	Saldo indiv.
35	0	Recaudación	77.572.290.185,5	9.541.482	8.130,00
35	1	Saldo capitaliz.	80.675.181.792,9	9.523.362	8.471,29
35	2	Saldo capitaliz.	83.902.189.064,6	9.504.163	8.827,94
35	3	Saldo capitaliz.	87.258.276.627,2	9.483.634	9.200,93
35	4	Saldo capitaliz.	90.748.607.692,3	9.461.613	9.591,24
35	5	Saldo capitaliz.	94.378.552.000,0	9.437.855	10.000,00

Veamos como se componen los valores del cuadro:

Recaudación = n° de sobrevivientes por el valor de la PPU = 9.541.482 * 8130 =
\$ 77.572.290.185,50

Saldo Individual = Recaudación/n° de sobrevivientes = \$ 77.572.290.185,50/9.541.482

Saldo capitalizado período 1 = \$ 77.572.290.185,50 * (1.04)¹ = \$ 80.675.181.792,9

Saldo individual período 1 = Saldo capitalizado/n° de sobrevivientes =
\$ 80.675.181.792,9/9.523.362 = 8.471,29

Y así se van completando todos los valores de cada período.

c. Control de los valores obtenidos

Edad (x+t)	C(t)	D ₄₀ /D _x	Saldo Indiv.
35	10.000	0,81300	8.130,00
36	10.000	0,84713	8.471,29
37	10.000	0,88279	8.827,94
38	10.000	0,92009	9.200,93
39	10.000	0,95912	9.591,24
40	10.000	1,00000	10.000,00

Dx	Var. Dx	1/(1+i) ^x	Var. i	lx	Var. lx	Var. i * Var. lx
2.417.959	1,04198	0,25342	1,040	9.541.482	1,0019	1,04198
2.320.546	1,04210	0,24367	1,040	9.523.362	1,0020	1,04210
2.226.796	1,04225	0,23430	1,040	9.504.163	1,0022	1,04225
2.136.525	1,04242	0,22529	1,040	9.483.634	1,0023	1,04242
2.049.580	1,04262	0,21662	1,040	9.461.613	1,0025	1,04262
1.965.802		0,20829		9.437.855		

De los datos del cuadro, se observa que la variación en el valor de conmutación D_x, es igual al producto de las variaciones en la tasa de interés (Var. i) y el número de sobrevivientes (Var.l_x), es decir, depende del factor financiero y del biométrico.

Ejercicio N° 2:

Considere una persona de género masculino de 35 años que contrata un seguro en caso de muerte consistente en el pago de \$ 10.000.-a los derechohabientes al fin del año del fallecimiento, si el mismo se produce dentro de los cinco años.

- a) Calcule la prima pura Única.
- b) Desarrolle el cuadro de la reserva matemática con las siguientes columnas:
 - a. primera: periodos
 - b. segunda: concepto
 - c. tercera: importe
 - d. cuarta: sobrevivientes

e. quinta: saldo individual

Se muestran las cuatro primeras columnas de los dos primeros periodos.

Periodos	Concepto	Importe	Sobrevivientes
0	Recaudación	$l_{(x)} * P_{(x;1)}$	$l_{(x)}$
1	Saldo Capitalizado	$l_{(x)} * P_{(x;1)} * (1+i)$	$l_{(x+1)}$

Tengase en cuenta que:

$P_{(x;1)}$ es la prima pura

x es la edad de contratación.

Los sucesivos saldos se obtienen capitalizando financieramente el saldo anterior; es decir, multiplicando por el factor de capitalización financiero.

La cuarta columna son los sobrevivientes que surgen de la tabla de mortalidad.

La quinta columna se obtiene dividiendo la tercera por la cuarta.

Tenga en cuenta que debe considerar el riesgo de fallecimiento del asegurado; es decir, el pago del capital asegurado a los que fallecen.

Es decir, al finalizar el primer año el riesgo de fallecimiento es pagar el capital asegurado a los derechohabientes de los $d(x)$, valor que debe ser restado del saldo en el momento uno.

c) Controle los valores obtenidos en la columna de saldo individual - quinta columna - aplicando la fórmula de reserva.

d) Realice el control por el método prospectivo para el tercer período y por el retrospectivo para el cuarto.

Resolución:

a) Cálculo de la Prima pura única:

Edad (x) = 35

n = 5

x + n = 40

C(t) = 10.000

$A_{(x+t;0; n-t)} = M_x - M_{x+n}/D_x$

= 0,00962

PPU = 10.000 * 0.009618 = 96,18

b) Cuadro de evolución de la reserve matemática:

Edad (x)	x+t	x+n-t	Concepto	Importe	Sobrevivientes	dx	Saldo indiv.
35	35	5	Recaudación	917.742.972,5	9.541.482	18.119	96,18
35	36	4	Saldo capitaliz	954.452.691,4	9.523.362	19.199	100,22
35	37	3	Saldo capitaliz	992.630.799,1	9.504.163	20.529	104,44
35	38	2	Saldo capitaliz	1.032.336.031,0	9.483.634	22.021	108,85
35	39	1	Saldo capitaliz	1.073.629.472,3	9.461.613	23.758	113,47
35	40	0	Saldo capitaliz	1.116.574.651,2	9.437.855	25.652	118,31

c) Aplicando la fórmula de la reserva matemática:

Cx	Var. Dx	1/(1+i)^x	Var. i	lx	Var. lx	Var. i * Var. lx
5.138	1,03819	0,25342	1,000	9.541.482	1,0019	1,00190
4.949	1,03739	0,25342	1,000	9.523.362	1,0020	1,00202
4.770	1,03142	0,25342	1,000	9.504.163	1,0022	1,00216
4.625	1,02814	0,25342	1,000	9.483.634	1,0023	1,00233
4.498	1,01884	0,25342	1,000	9.461.613	1,0025	1,00252
4.415		0,25342		9.437.855		

$$V_{(35;3)} = \$10,000 * (572903.926 - 549646.899) / 2136524.64 = \$10,000 * (0.010885447) = \$108.85$$

$$V_{(x;t)} = P_{(x;1)} < A_{(x;0;n)} > * E^{-1}_{(x;t)} - P_{(x,1)} < A_{(x;0;t)} > * E^{-1}_{(x;t)}$$

$$A_{(35;0;4)} = (572903.926 - 554595.453) / 2417959.07 = 0.0075718705$$

$$V_{(35;4)} =$$

$$(96.1845343621) * (2417959.07 / 2049580.41) - 0.007571870393 * (2417959.07 / 2049580.41) = \$113.47$$

Se aprecia que la variación de Dx es igual al producto de las variaciones de Var. i * Var. lx
Es decir, depende del factor financiero y del biométrico.

d) Control de los resultados

Edad (x)	x+t	C(t)	(M ₃₅ - M ₄₀) / D ₃₅ * ff * fb	Saldo Indiv.
35	35	10.000	0,00962	96,18
35	36	10.000	0,01002	100,22
35	37	10.000	0,01044	104,44
35	38	10.000	0,01089	108,85
35	39	10.000	0,01135	113,47
35	40	10.000	0,01183	118,31

Tengase en cuenta que en este cuadro, llamamos **ff** al factor financiero y **fb** al factor biométrico.

o sus beneficiarios tienen un derecho propio contra el asegurador desde que ocurre el evento previsto.

Comienzo del derecho eventual

Art. 154. El contrato fijará las condiciones de incorporación al grupo asegurado que se producirá cuando aquellas se cumplan.

(Consultar texto completo de la ley en:

<http://servicios.infoleg.gob.ar/infolegInternet/verNorma.do?id=39520>)

Principios del seguro colectivo

- El grupo de personas para quien se elabora el contrato de seguro debe haberse formado por razones diferentes a la de la adquisición del seguro.
- El colectivo debe tener una identidad diferenciada (en el sentido de la relación de los miembros entre sí y entre los miembros y el tomador).
- Las condiciones de pertenencia al colectivo deben ser claras e inequívocas y preferiblemente referidas a características identificables.
- El grupo debe ser lo suficientemente grande para que puedan obtenerse las ventajas del seguro colectivo (tales como la flexibilidad de las condiciones de suscripción y el ahorro de gastos); es más, la cuota de participación en el seguro debería ser tal que incluyera una proporción razonable de vidas sanas.
- En la mayoría de los casos los miembros deben estar en activo con empleo a jornada completa.
- Las prestaciones deben determinarse por medio de una fórmula objetiva, de forma que los miembros no puedan elegir la cuantía de su cobertura, excepto en un margen pequeño, y que el tomador del colectivo no tenga completo dominio sobre las prestaciones de los individuos.
- Debe haber la perspectiva de un flujo continuo de nuevos miembros al grupo.

Características del seguro colectivo

- Es un seguro temporario, renovable anualmente que cubre a las personas de una misma empresa o conjunto de empresas.
- Un instrumento jurídico que da cobertura a riesgos que afectan a un grupo de personas.
- Contrato único, que produce como efecto el aseguramiento de un grupo de personas, celebrado por cuenta ajena.
- Su estructura está basada esencialmente en el contrato de abono, de donde se deriva la compatibilidad de la unidad del contrato de seguro de grupo con la pluralidad de obligaciones distintas e independientes que se crean con las personas que integran el grupo.
- El pago de las primas puede ser muy diverso, pudiendo pagarlo todo el tomador, todo el asegurado o una combinación de ambos.

- Se reconoce al tomador del seguro de vida o asegurado, ciertos derechos tales como designación y revocación de beneficiario; derecho de reducción y rescate; percepción de anticipos; cesión o pignoración de la póliza.

Personas Asegurables

Incluye en carácter de titulares, a las personas físicas entre un mínimo y un máximo de edad, según el tipo de seguro colectivo de que se trate. Pueden asegurarse, también, los miembros del grupo familiar del asegurado titular.

Riesgos Cubiertos

Muerte por cualquier causa, incluye el suicidio como hecho indemnizable, para el caso del seguro colectivo de vida obligatorio.

Coberturas Adicionales

- Invalidez Total y Permanente por enfermedad o accidente
- Invalidez Parcial Permanente por accidente
- Indemnización adicional en caso de fallecimiento accidental
- Anticipo de un porcentaje de la suma asegurada en caso de determinarse una enfermedad terminal
- Ayuda de Gastos de Sepelio
- Renta diaria por enfermedad o accidente

Algunos tipos de seguros de Vida Colectivo

- *Obligatorios*: Están previstos en la legislación vigente referida a contrato de trabajo, en Argentina, por ejemplo, el seguro colectivo de vida obligatorio, está normado en el decreto 1567/74.
- *Optativos*: Estos seguros están dirigidos al personal de empresas, asociaciones, grupos de afinidad, etc. Permite a los mismos acceder a una cobertura de carácter social, a un costo reducido, algo improbable si contrata un seguro de vida individual.
- *Beneficios al personal*: La mayoría de los seguros colectivos son establecidos por las empresas para proporcionar prestaciones y coberturas a sus empleados. A menudo, el motivo para establecer el seguro suele ser una combinación de incentivos fiscales o legales y de la preocupación social del empresario.
- *Asociaciones empresariales y profesionales*: consiste normalmente en una serie de coberturas alrededor de una póliza principal. La participación es opcional para cada empresa, aunque puede ser obligatoria para los empleados de las empresas participantes, y las normas son aplicables a todos los subgrupos. Desde el punto de vista del diseño de las prestaciones, estos seguros suelen ser menos complejos y menos generosos que los aplicables a colectivos de una sola empresa.

- *Sindicatos*: Los sindicatos pueden establecer planes y coberturas de seguros para proporcionar prestaciones, normalmente modestas, a sus miembros; frecuentemente las primas de estas coberturas suelen deducirse automáticamente de las cuotas de afiliación. El afiliado puede provenir de distintas compañías y las diferencias ocupacionales también pueden ser significativas, aunque normalmente se espera que haya ciertas semejanzas en cuanto a los tipos de trabajos.
- *Seguros de cancelación automática de saldos deudores de préstamos*: La cobertura de vida suele estructurarse de forma decreciente, siendo la suma asegurada en cada contrato el importe del crédito pendiente. Tiene como objetivo cubrir el saldo de pendiente de amortización, en caso de muerte del deudor.

Riesgos cubiertos, entre otros:

- Muerte por cualquier causa
- Invalidez
- Muerte accidental y Pérdida de miembros
- Gastos médicos
- Enfermedades graves

Seguros sobre dos o más cabezas - Supervivencia conjunta

Concepto

El grupo inicial dado, como tal subsiste en tanto sobrevivan todos sus integrantes; es decir, que el grupo se extingue con el primer fallecimiento.

Tenemos un grupo inicial dado que está compuesto por “m” individuos (cabezas) de distintas edades (x_1, x_2, \dots, x_m) .

La probabilidad de supervivencia conjunta de los “m” integrantes del grupo durante un periodo de “n” años se expresa:

$$p_{(x_1; x_2; \dots; x_m; n; m)} = p_{(x_1; n)} * p_{(x_2; n)} * \dots * p_{(x_m; n)}$$

También podemos expresarlo de la siguiente manera:

$$p_{(x_1; x_2; \dots; x_m; n; m)} = l_{(x_1+n)/l(x_1)} * l_{(x_2+n)/l(x_2)} * \dots * l_{(x_m+n)/l(x_m)}$$

Entonces:

$$p_{(x_1; x_2; \dots; x_m; n; m)} = l_{(x_1+n; x_2+n; \dots; x_m+n)} / l_{(x_1; x_2; \dots; x_m)}$$

Siendo $l_{(x_1; x_2; \dots; x_m)}$ el conjunto de sobrevivientes de varias cabezas, resulta del producto de las $l_{(x)}$ para las distintas edades.

Ultimo sobreviviente (al menos 1)

El grupo formado por “m” cabezas subsiste en tanto sobreviva alguna de ellas (al menos una). El grupo se extingue sólo cuando fallece el último integrante.

La probabilidad de que al menos uno de los integrantes sobreviva es igual a:

$$p_{(x_1;x_2;\dots;x_m;n;1;m)} = 1 - q_{(x_1;x_2;\dots;x_m;0;n;1;m)}$$

(Dada la relación: $p_x = 1 - q_x$)

Supongamos un grupo de 2 personas del cual sobrevive al menos 1, entonces podemos establecer que:

$$\begin{aligned} p_{(x_1;x_2;n;1;2)} &= 1 - q_{(x_1;x_2;0;n;1;2)} \\ &= p_{(x_1;n)} * q_{(x_2;0;n)} + p_{(x_2;n)} * q_{(x_1;0;n)} + p_{(x_1;x_2;n;2)} \\ &= p_{(x_1;n)} * [1 - p_{(x_2;n)}] + p_{(x_2;n)} * [1 - p_{(x_1;n)}] + p_{(x_1;n)} * p_{(x_2;n)} \end{aligned}$$

Operando el segundo miembro de la ecuación, obtenemos:

$$= p_{(x_1;n)} - 2 * p_{(x_1;x_2;n;2)} + p_{(x_2;n)} + p_{(x_1;x_2;n;2)}$$

Entonces:

$$p_{(x_1;x_2;n;1;2)} = p_{(x_1;n)} + p_{(x_2;n)} - p_{(x_1;x_2;n;2)}$$

La probabilidad para más de una cabeza, se expresa como cualquier tipo de combinación de probabilidad de supervivencia simple (donde el cálculo es directo a partir de los datos que proporciona la tabla de mortalidad utilizada) y conjunta (como vimos, es el producto de probabilidades de supervivencia simple).

Coberturas para algunos de los diferentes tipos de seguros**1.- Seguro de Capital Diferido**

El seguro consiste en el pago de un capital unitario al cabo de “n” años, al grupo si sobreviven las “m” cabezas que lo componen.

$$\begin{aligned} E_{(x_1;x_2;\dots;x_m;n;m)} &= v^n * p_{(x_1;x_2;\dots;x_m;n;m)} \\ &= v^n * l_{(x+n)}/l_{(x_1)} * l_{(x_2+n)}/l_{(x_2)} * \dots * l_{(x_m+n)}/l_{(x_m)} \end{aligned}$$

Operando el segundo miembro de la igualdad, y multiplicando numerador y denominador por v^t , donde “t” representa el promedio de las edades del grupo, obtenemos:

$$E_{(x_1;x_2;\dots;x_m;n;m)} = v^{[x_1+x_2+\dots+x_m]/m} * n\sqrt{v^{[x_1+x_2+\dots+x_m]/m}} * l_{(x_1+n; x_2+n;\dots;x_m+n)}/l_{(x_1;x_2;\dots;x_m)}$$

Utilizando los valores de conmutación ya definidos, ahora para varias cabezas, tenemos que:

$$D_{(x_1;x_2;\dots;x_m)} = v^{[x_1+x_2+\dots+x_m]/m} \cdot |_{(x_1+n; x_2+n;\dots;x_m+n)}$$

De manera que en este caso finalmente resulta:

$$E_{(x_1;x_2;\dots;x_m;n;m)} = D_{(x_1+n;x_2+n;\dots;x_m+n)} / D_{(x_1;x_2;\dots;x_m)}$$

2.-Seguro de renta vitalicia inmediato y temporal

El seguro consiste en el pago de un capital unitario anual, durante “n” años al grupo; siempre y cuando todos los integrantes del mismo sobrevivan (cada integrante recibirá 1/m).

Partimos de la siguiente ecuación de equivalencia:

$$\begin{aligned} a_{(x_1;x_2;\dots;x_m;0;n;m)} &= \sum_{t=0}^{n-1} v^t \cdot E_{(x_1;x_2;\dots;x_m;t;m)} \\ &= \sum_{t=0}^{n-1} v^t \cdot D_{(x_1+t;x_2+t;\dots;x_m+t)} / D_{(x_1;x_2;\dots;x_m)} \end{aligned}$$

Nuevamente recurrimos a los valores de conmutación conocidos, y entonces la fórmula resulta:

$$a_{(x_1;x_2;\dots;x_m;0;n;m)} = [N_{(x_1;x_2;\dots;x_m)} - N_{(x_1+n;x_2+n;\dots;x_m+n)}] / D_{(x_1;x_2;\dots;x_m)}$$

3.- Seguro de muerte inmediato y temporario

El seguro consiste en el pago de un capital unitario al fin del año del primer fallecimiento de las “m” cabezas que integran el grupo.

$$A_{(x_1;x_2;\dots;x_m;0;n;m)} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \cdot q_{(x_1;x_2;\dots;x_m;t;1;m)}$$

En valores de conmutación resulta:

$$A_{(x_1;x_2;\dots;x_m;0;n;m)} = 1 - E_{(x_1;x_2;\dots;x_m;n;m)} - d_x \cdot a_{(x_1;x_2;\dots;x_m;0;n;m)}$$

Caso de último fallecimiento

1.- Seguro de Capital Diferido

El seguro consiste en el pago de \$1 al cabo de “n” años, al grupo inicial de “m” cabezas, si al menos uno de sus integrantes sobrevive:

$$\begin{aligned} E_{(x_1;x_2;\dots;x_m;n;1;m)} &= v^n \cdot p_{(x_1;x_2;\dots;x_m;n;1;m)} \\ E_{(x_1;x_2;\dots;x_m;n;1;m)} &= v^n \cdot [1 - q_{(x_1;x_2;\dots;x_m;0;n;m)}] \end{aligned}$$

Donde la probabilidad de supervivencia de “al menos 1” de los integrantes, puede expresarse en función de probabilidades de supervivencia simple o conjunta.

2.- Seguro de renta vitalicia inmediato y temporal

El seguro consiste en el pago de un capital unitario anual, durante “n” años al grupo; siempre y cuando al menos 1 de los integrantes del mismo sobreviva. El grupo en sí se extingue cuando fallece el último integrante, por ende, cada vez le corresponde mayor porción de esa unidad monetaria que se abona, a cada uno de los integrantes del grupo.

Partimos de:

$$a_{(x_1;x_2;\dots;x_m;0;n;1;m)} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} * E_{(x_1;x_2;\dots;x_m;n;1;m)}$$

Donde E_x se calcula como se define como en el caso anterior.

3.- Seguro en caso de muerte inmediato y temporal

El seguro consiste en el pago de un capital unitario a fin del año de fallecimiento del último integrante del grupo de “m” cabezas. Es decir que el grupo no se extingue siempre y cuando exista al menos un sobreviviente.

Previamente, se convierte el seguro de “al menos un sobreviviente” en una expresión de supervivencia conjunta:

$$A_{(x_1;x_2;\dots;x_m;0;n;1;m)} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} * q_{(x_1;x_2;\dots;x_m;t;1;1;m)}$$

De donde resulta:

$$A_{(x_1;x_2;\dots;x_m;0;n;1;m)} = 1 - E_{(x_1;x_2;\dots;x_m;n;1;m)} - d_x * a_{(x_1;x_2;\dots;x_m;0;n;1;m)}$$

La probabilidad que se pague el capital asegurado, está dada por la combinación lineal que suponen las distintas relaciones de supervivencia conjunta.

En el caso de seguro pagadero al último fallecimiento, las primas se pagan siempre y cuando sobreviva uno de los integrantes del grupo.

De manera que:

$$P_{(x;y;n;1;2)}$$

Debe leerse como:

2 = Número cabezas que forman el grupo.

1 = Se abona hasta que fallezca el último.

n = Número de primas a pagar.

x;y = Edades de las cabezas del grupo.

Entonces:

$$P_{(x;y;n;1;2)} = A_{(x;y;0;n;1;2)} * a^{-1}_{(x;y;0;n;1;2)}$$

Reserva Matemática: Cálculo

Hay que tomar en cuenta todos los casos de sobrevivientes posibles. El asegurador debe comprender que, hasta el momento del último fallecimiento, está obligado a constituir la reserva matemática correspondiente.

Entonces, para el caso de 2 cabezas:

$V_{(x;y;t;1;2)}$ = al valor de la reserva matemática que contempla que los 2 integrantes estén con vida o uno de ellos.

Si los 2 miembros del grupo están con vida, el valor de la reserva será:

$$V_{(x;y;t;1;2)} = A_{(x+t; y+t; 0; n-t; 1; 2)} - P_{(x; y;n;1;2)} * a_{(x+t; y+t; 0; n-t; 1; 2)}$$

Si “x” está con vida, el valor de la reserva será:

$$V_{(x;y;t;1;2)} = A_{(x+t; 0; n-t)} - P_{(x; y;n;1;2)} * a_{(x+t; 0; n-t)}$$

Si “y” está con vida, el valor de la reserva será:

$$V_{(x;y;t;1;2)} = A_{(y+t; 0; n-t)} - P_{(x; y;n;1;2)} * a_{(y+t; 0; n-t)}$$

Observación: Si al momento “t” fallecen ambos miembros del grupo, “x” e “y”, no se constituye reserva matemática porque el grupo se considera extinguido.

enfermedad laboral, desempleo, invalidez, vejez y muerte, y también la protección en forma de asistencia médica y de ayuda a las familias con hijos.- La protección social, o la seguridad social, es un derecho humano definido como el conjunto de políticas y programas diseñados para reducir y prevenir la pobreza y la vulnerabilidad en todo el ciclo de la vida. Comprende las prestaciones familiares y por hijo; las prestaciones de desempleo; las prestaciones en caso de accidente del trabajo y de enfermedad profesional; las prestaciones de enfermedad; las prestaciones de protección de la salud; las pensiones de vejez, invalidez y sobrevivientes. En un sistema de protección social, estas contingencias se gestionan mediante una combinación de regímenes o programas contributivos (seguro social) y de prestaciones no contributivas financiadas mediante impuestos, incluida la asistencia social. (OIT.Seguridad Social. Guía de Educación Obrera. Ginebra. 1995. Pagina 16).

Elementos que intervienen en un sistema de seguridad social:

1. Financiación mediante aportes y contribuciones, comúnmente denominados “cotizaciones al sistema”
2. Son de afiliación obligatoria
3. Las cotizaciones ingresan a cajas especiales, con cargo a las cuales se satisfacen las prestaciones
4. Inversión de los excedentes para obtener mayores ingresos
5. Garantía de las prestaciones
6. Financiación de las prestaciones de accidentes de trabajo y enfermedad laboral a cargo de empleadores

Independientemente que por ejemplo en Argentina, el sistema de seguridad social es altamente fragmentado, podemos establecer que de manera general, tiene los siguientes objetivos:

Desde el punto de vista de su función social:

1. Asegurar el ahorro necesario para financiar niveles de consumo satisfactorios durante la vejez, invalidez y sobrevivencia
2. Contribuir a la equidad mediante la solidaridad con quienes no están en condiciones de ahorrar para su vejez

Desde el punto de vista de su función económica:

1. Contribuir a la solvencia fiscal y al ahorro nacional
2. Contribuir al ahorro financiero y al desarrollo de los mercados de capitales

En orden a las técnicas de financiación, de manera genérica podemos diferenciar:

Desde el punto de vista de los **Beneficios**:

- **Sistemas de Contribuciones Definidas:** los beneficios futuros dependerán de las cotizaciones realizadas acreditadas en la cuenta y de los rendimientos de las inversiones derivadas de esos aportes.-

- **Sistemas de Beneficios definidos:** los beneficios futuros dependerán de los años de aportes al sistema, la expectativa de vida de los beneficiarios y el monto de los aportes realizados.-

Desde el punto de vista de la **Financiación**, encontramos:

- Sistemas de reparto
- Sistemas de capitalización
- Sistemas mixtos

Las variables que caracterizan los sistemas previsionales, son:

- Transición Demográfica: el número de trabajadores activos por jubilado disminuye y aumenta el número de trabajadores por dependiente. Las personas económicamente activas continuarán aumentando a tasas decrecientes
- Participación femenina
- Bajos niveles de ahorro interno
- Dinámica del mercado de trabajo
- Envejecimiento de la población
- Aumento de la oferta de trabajo
- Bajos niveles de inversión
- Informalidad, ilegalidad y precariedad del empleo

En Argentina, particularmente, podemos identificar algunos de los problemas más graves vinculados a un fenómeno creciente, como es, la exclusión social que inciden fuertemente sobre el sistema previsional:

Precariedad:

- Empleados privados sin cobertura de seguridad social
- Empleados privados con empleo inestable
- Trabajadores no remunerados

Informalidad:

- Trabajadores por cuenta propia, con o sin local, que no son profesionales ni desempeñan tareas gerenciales o directivas
- Asalariados privados que trabajan en microempresas (menos de 5 empleados)
- Patrones de microempresas

Subempleo:

- Empleados públicos, privados o cooperativistas que trabajan menos de 40 hs.
- Trabajadores independientes o no asalariados que buscan otro empleo para sustituir el actual para obtener mayores ingresos o porque cuentan con tiempo disponible.

Resulta inevitable pensar que algo deberá cambiar para resolver estos problemas recurrentes, pero ensayar una solución al respecto, excede la pretensión de este texto, no obstante, podemos identificar, dos tipos de reformas:

Reformas estructurales:

- Implican la privatización total o parcial de la seguridad social y se han dado principalmente en algunos países de América Latina y pocos países de Europa Central y del Este, en Argentina, en el año 1994, cuando se creó el sistema privado de AFJP (Administradoras de Fondos de Jubilaciones y Pensiones, hoy derogado)

Reformas no estructurales o paramétricas:

- Implican preservar el sistema de seguro social, con modificaciones algunos de sus parámetros (por ejemplo: edad, distinción por género en las tablas de mortalidad, etc.)

Recordemos que hoy, el Sistema Previsional Argentino a nivel nacional, (SIPA) es un sistema de reparto asistido, con financiamiento tripartito (aportes- contribuciones e impuestos), con una cláusula de movilidad que significa un promedio entre el aumento de salarios y el aumento de la recaudación, y un sistema de capitalización colectiva como fondo de garantía y sustentabilidad del sistema.

Esquema de funcionamiento del sistema de reparto simple:

$$c_t * C_t = p_t * P_t$$

Donde:

$$P_t = c_t * C_t / p_t$$

c_t = Tasa de cotización

C_t = Cantidad de cotizantes

p_t = Cantidad de pasivos

P_t = Monto del haber

Como ya dijimos, es además fragmentado, de manera que varias provincias tienen sus propios institutos o cajas previsionales (por ejemplo en la provincia de Buenos Aires, el Instituto de Previsión Social –IPS-) para sus trabajadores estatales, de diferentes ramas o actividades, cajas especiales para las fuerzas armadas o de seguridad, y para profesionales de diferentes disciplinas.

Las Cajas de Previsión y Seguridad Social para Profesionales, como expresamos precedentemente, son entes de derecho público no estatal, de carácter autónomo y con personalidad jurídica propia.

Las mismas definen la protección social en el ámbito provincial para los profesionales independientes frente a diversas contingencias. En la actualidad existen 82 cajas para profesionales en la República Argentina, de las cuales 77 están nucleadas en la Coordinadora de Cajas de Previsión y Seguridad para Profesionales y comprenden alrededor de 700.000 afiliados entre activos y pasivos.

En orden a estas últimas, recordemos que el derecho a la seguridad social de los profesionales está consagrada en nuestra Carta Magna, sancionada en 1853/60 y reformada en 1957 mediante la

cual se lo incorporó en los artículos 14 bis y 121, en la Constitución de la Provincia de Buenos Aires, artículos 40, 41 y 125 y en la de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, artículos 80 y 81.

Por otra parte, la Ley 24.241, que en su artículo 3, inciso b), apartado 4°, establece que el S.I.J.P. (Sistema Integrado de Jubilaciones y Pensiones, actual S.I.P.A. - Sistema Integrado Previsional Argentino) resulta de carácter voluntario respecto de aquellos profesionales “que se encontraren obligatoriamente afiliados a uno o más regímenes jubilatorios provinciales para profesionales”. De manera que, en aquellas provincias en que existiere una caja para profesionales, la afiliación y aportación resulta obligatoria, mientras que pueden también afiliarse de manera voluntaria al régimen nacional de Autónomos o al régimen simplificado para pequeños contribuyentes (Monotributo). En cambio, el régimen nacional resulta obligatorio en aquellas provincias y respecto de aquellas profesiones que no cuenten con caja para profesionales que los cobije. (La seguridad social para los profesionales independientes: diseño y desempeño de las Cajas de Previsión y Seguridad Social para Profesionales de la República Argentina. Disponible en: https://www.ilo.org/wcmsp5/groups/public/---americas/---ro-lima/---ilo-buenos_aires/documents/publication/wcms_734245.pdf. Pag. 26)

Este subsistema previsional, tiene características distintivas, a saber:

- **Nivel socioeconómico:** se trata de un grupo poblacional con estándares de supervivencia superiores a la media del país
- **Afiliación obligatoria:** está establecida por la ley de creación de cada una de las instituciones profesionales
- **Incorporación y permanencia de los afiliados en el sistema:** se corresponde con el funcionamiento del mercado laboral en cuanto a condiciones de ejercicio de la profesión (independiente o no)
- **Aportes sobre base personal y contributiva de comitentes** (comunidad vinculada)
- No existe discriminación entre el Patrimonio Neto de la entidad y el Pasivo con sus afiliados
- El Estado **delega** la administración de las “Cajas” en sus afiliados y no existe compromiso explícito de aquel respecto a garantizar las obligaciones de éstas, es decir, no existe aporte estatal alguno.
- **Horizonte de planeamiento:** Debe corresponderse al horizonte de vida máximo de los afiliados, dado que las instituciones previsionales deben garantizar el pago de los beneficios ofrecidos a todos sus afiliados
- **Población cerrada:** dado que no existe certeza respecto a las altas y bajas futuras, no es posible asociarlas al comportamiento vegetativo de la población general

Aunque no podemos asegurar que todas las organizaciones previsionales profesionales lo cumplan, la salud del sistema debería asentarse en las bases técnicas de valuación actuarial, que como vimos en capítulos anteriores, se corresponde con:

- Equilibrio actuarial: Se cumple cuando para un afiliado promedio, el valor actual de los aportes (reserva matemática calculada por el método prospectivo) es igual al valor actual de los beneficios.
- Se debe respetar el principio de equilibrio generacional, es decir: no pueden trasladarse a generaciones futuras costos no amortizados de generaciones presentes, dado que no existe certeza que en el futuro, el número de aportantes y su capacidad contributiva sean suficientes para solventarlos. Por tal razón, además, debe tenerse en cuenta que cada nuevo afiliado promedio debe aportar el equivalente a sus propios beneficios, lo que garantiza el equilibrio individual del sistema previsional.

En este tipo de entidades, deberíamos observar el “balance técnico actuarial”, cuya estructura responde al siguiente esquema:

<i>Activo:</i>	<i>Pasivo</i>
Inversiones	Reserva matemática compuesta por:
Aportes a Cobrar	Beneficios Actuales
	Beneficios Futuros
	Neto de Aportes a Vencer, arrojará:
DEFICIT	o SUPERAVIT

Ahora, veamos el caso de la Caja de Seguridad Social para Profesionales en Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires.

Caja de Seguridad Social para Profesionales en Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires.

Es una persona jurídica de derecho público no estatal, creada en 1983, a través de la sanción del Decreto ley 9963. (Pueden consultarlo en <https://www.cpba.com.ar/caja/historia>)

Esta norma legal ha sufrido sucesivas modificaciones a través del tiempo, y hoy su funcionamiento está regido por la ley 12.724, que establece sus funciones específicas, en el artículo 2 (Pueden consultarla en <https://www.cpba.com.ar/biblioteca-virtual/leyes/caja-ley-12-724>):

Son funciones de la Caja de Seguridad Social para los Profesionales en Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires:

a) Recaudar los recursos, conceder, denegar y abonar distintas prestaciones que determina esta Ley, sus normas reglamentarias y las complementarias que en consecuencia se dicten.

b) Establecer las prestaciones a otorgar a sus afiliados.

c) Disponer la inversión de sus fondos respetando los límites fijados por esta Ley. El Banco de la Provincia de Buenos Aires, en su condición de institución financiera oficial de la provincia, deberá considerarse con prioridad en los planes de inversiones de la Caja de Seguridad Social para los Profesionales en Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires de acuerdo al artículo 34° de la presente Ley.

d) Realizar todos los actos de disposición y administración que resulten necesarios para el cumplimiento de sus fines.

e) *Suspender el pago de las prestaciones según lo establecido en la presente Ley.*

Como indicamos en las características de estos sistemas, en el caso de esta “Caja” , son afiliados obligatorios, todos los profesionales en Ciencias Económicas, matriculados en el Consejo Profesional de Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires y los jubilados del régimen.

La máxima autoridad es la **Asamblea de Representantes** que se integra, en general, con 3 representantes por cada Delegación del Consejo Profesional de Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires, dado que hay 22 Delegaciones, el total de representantes es de 66 miembros, que se reúnen, como mínimo 1 vez al año.

La dirección es ejercida por “el Consejo” quien ejerce la administración por intermedio de un Consejo de Administración compuesto por un número de entre 4 y 10 afiliados designados por “el Consejo”.-

La representación legal de “la Caja” es ejercida por el Presidente del “Consejo” y su Presidente es el Secretario de Seguridad Social del Consejo.

La Fiscalización y control, está a cargo de una Comisión Fiscalizadora integrada por dos afiliados en actividad y uno jubilado como miembros titulares e igual número de suplentes.

Los recursos con que financia su sistema previsional, provienen de:

- Aporte mínimo mensual por cada afiliado, según escala prevista por el artículo 29 de la citada ley, que van a dar lugar a la percepción del haber jubilatorio básico. Ambos valores (aportes y beneficio previsional), se establecen en una moneda, denominada “caduceo”, que obviamente tiene un correlato en “pesos”.

- Aporte comunidad vinculada
- Intereses , recargos y similares que se impongan a los afiliados
- Intereses, rentas y otras ganancias que produzcan sus bienes
- Donaciones, legados y todo otro tipo de aporte

Escala de aportes vigente:

Hasta el momento de escribir este texto, los aportes mínimos vigentes en “caduceos”, por cada tramo de edad son:

Edad	Aporte en caduceos
a) Hasta cumplir 33 años	19,80
a') Hasta cumplir 33 años (*)	9,90*
a'') Hasta cumplir 33 años (**)	4,95**
b) Desde 33 hasta cumplir 40 años	33
c) Desde 40 hasta cumplir 45 años	38,50
d) Desde 45 hasta cumplir 65 años	40,70
e) Desde 65 años en adelante	27,50

Aclaraciones:

*Inciso incluido por Resolución de Mesa Directiva Nro. 455 del 16 de agosto de 2002, para quienes opten voluntariamente por tal régimen por un importe equivalente al 50% del aporte del inciso a).

(**) Inciso incluido por Resolución de Consejo Directivo N° 3630 del 16 de diciembre de 2016, para quienes opten voluntariamente por tal régimen por un importe equivalente al 25% del aporte del inciso a).

Es dable mencionar, que todo aporte que exceda al mínimo de la escala se afectarán a un régimen de Capitalización Individual por aportes excedentes e irá a complementar su haber básico, en caso de mantenerlos, al momento de su retiro, de acuerdo a lo normado por la resolución del Consejo Directivo del Consejo Profesional N° 3050, sus modificatorias y complementarias.¹⁷

Beneficios

Los beneficios previsionales que otorga la Caja, son los siguientes:

- a. Jubilación Ordinaria.
- b. Jubilación Parcial.
- c. Jubilación por Invalidez.
- d. Pensión.
- e. Beneficio Anual Complementario de a), b), c), y d) equivalente a la doceava parte de lo devengado en cada semestre y con pago semestral junto con las prestaciones de los meses junio y diciembre de cada año.

A este punto, es necesario tener en cuenta que para el caso de la Jubilación Ordinaria o básica, el importe mensual será igual a la suma de los caduceos para cada año aportado al 100% de los aportes mínimos correspondientes, cuya escala está prevista en el artículo 40 de la ley vigente.

Los caduceos que conforman el haber jubilatorio están vinculados a la edad de inicio de los aportes y a los años cumplidos.

Es requisito para acceder al beneficio de jubilación ordinaria previsto en la ley, contar con 35 años de aportes y 65 años de edad (sin distinción de género).

Se mencionó que como recurso, la Caja percibe un aporte de la comunidad vinculada, que actualmente equivale al 5% del honorario profesional por cualquier actuación que lleve la firma certificada por el Consejo Profesional, con los fondos acumulados por ese aporte, se forma un fondo que anualmente la Asamblea decide cómo se distribuye entre los actuales beneficiarios del sistema previsional, es decir, incrementa el haber básico.

Para una mejor comprensión, veamos primero, la escala de beneficios en caduceos, luego un ejemplo de cálculo, y sobre el particular, haremos algún breve comentario.

¹⁷https://www.cpba.com.ar/old/Biblioteca_Virtual/Leyes/Ley_Caja/Resolucion_Consejo_Directivo_Nro_3050_Texto_Ordinado.pdf

Escala de Beneficios Básicos Art. 40° Ley 12.724		
Edad	Haber Básico	
	Caduceos	
	Anuales	
	100%	50%
de 20 hasta cumplir 24 años	7,20	3,60
de 25 hasta cumplir 29 años	6,70	3,35
de 30 hasta cumplir 39 años	6,20	3,10
de 40 hasta cumplir 49 años	5,30	2,65
de 50 hasta cumplir 54 años	3,70	1,85
de 55 hasta cumplir 59 años	2,90	1,45
de 60 hasta cumplir 64 años	2,30	1,15
a partir de los 65 años	1,80	0,90

Consideremos el caso de un afiliado que ingresa al sistema a los 30 años, aporta durante 35 años, se retira como jubilado a los 65 años de edad, habiendo cumplido todos sus aportes al 100% de los previstos en el artículo 29 de la ley.

El aporte promedio por prima nivelada, que realizó a lo largo de su vida activa como afiliado, de acuerdo a lo previsto en el artículo 29 de la ley, es de 15.562,80 caduceos totales, por 35 años, es decir 37,05 por mes, que se componen de la siguiente manera:

- Por los aportes realizados desde los 30 años hasta los 33 años, apporto 712,80 caduceos ($19,80 * 3 \text{ años} * 12 \text{ meses}$)
- Por los aportes realizados desde los 33 años hasta los 40 años, apporto 2.772 caduceos ($33 * 7 \text{ años} * 12 \text{ meses}$)
- Por los aportes realizados desde los 40 años hasta los 45 años, apporto 2.310 caduceos ($38,5 * 5 \text{ años} * 12 \text{ meses}$)
- Por los aportes realizados desde los 45 años hasta los 65 años, percibe 9.768 caduceos ($40,70 * 10 \text{ años} * 12 \text{ meses}$)

Veamos cuál es su haber básico, según la escala del artículo 40 de la ley, será de 159,50 caduceos, que se componen de la siguiente manera:

- Por los aportes realizados desde los 30 años hasta los 39 años, percibe 62 caduceos ($6,20 * 10 \text{ años}$)

- b. Por los aportes realizados desde los 40 años hasta los 49 años, percibe 53 caduceos (5,30 * 10 años)
- c. Por los aportes realizados desde los 50 años hasta los 54 años, percibe 18,50 caduceos (3,70 * 5 años)
- d. Por los aportes realizados desde los 55 años hasta los 59 años, percibe 14,50 caduceos (2,90 * 5 años)
- e. Por los aportes realizados desde los 60 años hasta los 64 años, percibe 11,50 caduceos (2,30 * 5 años)

A ese haber se le debe sumar el importe correspondiente al beneficio anual complementario, que se percibe por semestre y la distribución de la recaudación anual de la comunidad vinculada, que para el año 2021, resultó equivalente a 3,3 haberes básicos, de manera que el beneficiario de jubilación percibió en promedio: 159 caduceos mensuales + 159 caduceos en concepto de BAC + 159 caduceos * 3.3 = 159 * 16.3/12 = 215,975 caduceos mensuales.

Si le ponemos valor en pesos, al caduceo vigente al 31-12-2021, (\$ 242 por caduceo) resulta un haber de \$ 52.265,95.-

Eso es ¿suficiente?

Para dar respuesta a esa pregunta debemos tener un parámetro de comparación, entonces, si el afiliado no aportara a “la Caja” debería hacerlo al sistema de jubilación nacional para trabajadores autónomos, que al 31-12-2021, le hubiera abonado en promedio \$ 31.483,83, incluido el sueldo anual complementario.

En tanto comparando el valor de los aportes, a “la Caja”, el afiliado del ejemplo, aportó en promedio, a valor del caduceo del 31-12-2021, \$ 8.966,10.- en tanto al sistema nacional, debió haber aportado \$ 7.308,18.-

Las bases técnicas que utiliza “la Caja”, en su sistema jubilatorio surgen de la tabla de mortalidad GAM'71, con un interés técnico del 5%, un supuesto demográfico que establece que cada aportante de género masculino está casado con una persona 5 años menor y cada uno del género femenino con una persona 5 años mayor, consideración importante al momento de calcular la renta vitalicia sobre 2 cabezas.

De manera que si se cumple con estos principios básicos del modelo actuarial, cada beneficiario y su causahabiente, cobrará lo que aportó capitalizado al 5% anual en caduceos, previa deducción del gasto de administración del sistema, estimado en el 18%.

Lo aquí detallado, no pretende abarcar toda la problemática previsional profesional, pero basta como ejemplo de funcionamiento de una parte del sistema jubilatorio argentino, y más específicamente, de la Provincia de Buenos Aires.

Cálculo del costo de cobertura de enfermedades catastróficas¹⁸

Antecedentes de los seguros de Salud

La importancia del seguro de salud, de gestión pública o privada, va adquiriendo una mayor importancia en el sistema económico y social.

Cuatro hechos que han influido en el desarrollo de este seguro:

- Intervencionalismo estatal
- Aparición de nuevos riesgos
- Políticas de previsión social
- Paralelismo entre el desarrollo de la industria y el seguro.

Los orígenes se remontan a:

- Hermandades y Cofradías de carácter gremial, buscan encontrar de forma colectiva, una indemnización o asistencia en caso de enfermedad.
- El resto de la población, busca idéntico objetivo, por vía de la beneficencia organizada por la Iglesia.
- Esta situación perduró hasta el nacimiento de los seguros sociales, que posteriormente ha sido el germen del mutualismo.
- Este carácter gremial permite el desarrollo de los seguros voluntarios, pero que no llegaba a la totalidad de la población.
- Consecuencia de ello y de una forma genérica la clase médica da comienzo a las conocidas “*iguales*”. A cambio de la *igualada* se podía recibir una prestación asistencial.

A que se denomina *¿igualada?* es un acuerdo o contrato por el que un profesional se compromete a prestar determinados servicios a la persona física o jurídica contratante por un precio fijo y periódico previamente acordado.

Breve análisis del sistema de salud en Argentina

Un sistema de salud es un modelo de organización social para dar respuesta a los problemas de salud de la población.

No surgieron solos, fueron desarrollados por los países en forma conjunta con las demás estrategias de acción y protección social. Las distintas formas de atención a la salud aparecen relacionadas con los sistemas previsionales y de asistencia social.

En Argentina, en 1943, se dio el primer paso hacia el reconocimiento de la salud pública como problema de interés específico con la creación de la Dirección Nacional de Salud Pública y Asistencia Social que en 1949 se transformó en Ministerio de Salud.

¹⁸ Tomado del trabajo presentado en las XLI Jornadas Nacionales de Profesores Universitarios de Matemática Financiera. Rosario. Octubre 2020. Autora: Ana María Buzzi

Se caracteriza por una excesiva fragmentación, se divide en tres grandes subsectores:

- Público.
- De la seguridad social.
- Privado.

Esta fragmentación se expresa en:

- Distintas fuentes de financiamiento.
- Diferentes coberturas, coseguros y copagos aplicados.
- Diferentes regímenes y órganos de control y fiscalización.

La fragmentación continúa hacia dentro de cada uno de los subsectores:

- **El subsector público**, fragmentado en los niveles Nacional, Provincial y Municipal queda sometido a normativas emanadas de las distintas jurisdicciones. Es importante señalar que la mitad de la población del país no tiene cobertura social y su atención depende exclusivamente del subsector público.

- **El subsector de la seguridad social:** implica cuatro universos diferentes:
 - Obras sociales nacionales y, entre ellas, una de especiales características: el Instituto Nacional de Servicios Sociales para Jubilados y Pensionados (habitualmente conocido como PAMI, siglas de Plan de Atención Médica Integral)
 - Obras sociales provinciales (una por cada provincia y la Ciudad Autónoma de Buenos Aires)
 - Obras sociales de las Fuerzas Armadas y de Seguridad
 - Obras sociales de las universidades nacionales y de los poderes Legislativo y Judicial.
- **El subsector privado**, que, en lo que hace a los seguros voluntarios (medicina prepaga), se halla expresado en diversas entidades.

Las obras sociales sindicales, incluidas en el subsector de la Seguridad social, el PAMI y las obras sociales provinciales, en conjunto aportan cobertura a alrededor de 22 millones de personas según las estadísticas disponibles de la Superintendencia de Servicios de Salud.

Según datos del Censo de 2010 (los últimos disponibles), el 36% de la población no tiene cobertura médica, no tiene seguridad social (PAMI y obras sociales sindicales) ni tiene capacidad para pagar atención privada y se atiende en hospitales y centros de salud públicos.

Un instrumento a tener en cuenta en nuestro país, es la existencia del Programa Médico Obligatorio (PMO). Creado por Decreto N° 492/1995. Es una canasta básica de prestaciones. Surgió como un Decreto Nacional en 1995 (y ha sido objeto de diversas modificaciones a lo largo del tiempo). Este Decreto garantiza el acceso de todos los beneficiarios y/o afiliados de Obras Sociales y Prepagas de la Argentina, a una serie de prestaciones.

PMO: obligaciones que toda obra social o prepaga tiene que cubrir como mínimo en cualquiera de sus planes. El PMO contempla el 95% de las causas de consulta ambulatoria, atención quirúrgica y hospitalaria, atención odontológica, salud mental, rehabilitación y cuidados paliativos.

El PMO no aplica:

- para el sector público, el cual se regula a nivel provincial y municipal ofreciendo servicios definidos de acuerdo con los criterios establecidos por los diferentes ministerios de salud provinciales.
- para las OS provinciales,
- para el sector privado que no pertenece a esquemas de empresas de medicina privada (EPM).

En materia regulatoria es relevante destacar el papel de la Administración Nacional de Medicamentos, Alimentos y Tecnología Médica –ANMAT- que tiene competencias de carácter nacional para garantizar que los medicamentos y dispositivos médicos a disposición de los ciudadanos sean eficaces y seguros.

El gasto (en realidad, deberíamos expresar esto como inversión) en salud en Argentina equivale a un 10 % del PBI aproximadamente. Es el más elevado de América Latina y con niveles casi similares a los países desarrollados, pero alrededor de 17 millones de habitantes carecen de cualquier cobertura.

Luego de esta brevísima síntesis sobre el sistema de salud, analizaremos las denominadas enfermedades de alto costo y baja incidencia epidemiológica, conocidas como “enfermedades catastróficas”.

Enfermedades catastróficas

Antes de iniciar el desarrollo específico de las denominadas “enfermedades catastróficas”, recordemos el concepto de seguro:

De manera general podemos establecer que todo contrato de seguro sea sobre las personas o sobre las cosas es la unión de varias personas con el fin de afrontar necesidades futuras mediante la acumulación de capitales y la transferencia del riesgo.

Específicamente, un seguro de salud o seguro médico, es un contrato firmado entre un asegurado y un asegurador que consiste en el pago de una prima por parte del asegurado a cambio de que la compañía de seguros se haga cargo de los gastos médicos de cualquier enfermedad, tratamiento médico o incapacidad que estén debidamente contemplados en la póliza pertinente.

En su “Ensayo sobre el principio de la población” (1798), Thomas Malthus expone por primera vez la hipótesis de que si no se controlan los nacimientos, llegará un momento en que la tierra no producirá lo necesario para sus habitantes. La obra abrió una amplia polémica que se ha ido renovando hasta el día de hoy. Suya es la famosa frase de “la lucha por la existencia”.

Malthus se apoya en la idea pseudocientífica de que la población del planeta aumenta geométricamente, mientras que la producción de alimentos sólo aumenta en proporción aritmética. Estas ideas se oponían al optimismo antropológico de la Ilustración, que anticipaba una futura edad de oro de la humanidad. Aunque los avances tecnológicos han aumentado desde entonces la capacidad de producción hasta límites insospechados, no es menos cierto que esos mismos avances plantean nuevos retos a la supervivencia humana y que el problema de la superpoblación sigue ocupando una posición central en las preocupaciones del hombre de

nuestros días. La predicción malthusiana no ha ocurrido, pero otra catástrofe se cierne sobre nuestra sociedad y, en este caso, la tecnología más que la solución parece ser la causa. Hay un conjunto limitado de enfermedades que matan o incapacitan a quienes las padecen. La investigación y el desarrollo tecnológico se centran en ellas y, hasta el momento, los avances son importantes, pero solo paliativos y los tratamientos resultan muy caros. Aparece entonces un doble problema, si el paciente no es tratado, un ser humano resulta privado del acceso al tratamiento de vanguardia, pero, por otro lado, si él o su familia deben costear ese tratamiento pueden afrontar grandes dificultades económico – financieras, o caer en la pobreza.

Cuando hablamos de seguros, hablamos de riesgo. En este caso, es aquel acontecimiento futuro e incierto, cuyas consecuencias en caso de producirse, se tratan de evitar o disminuir.

Ahora, retomando nuestro tema, el adjetivo “catastróficas” se utiliza para hacer referencia a un conjunto de enfermedades cuya cura o tratamiento implica un alto costo.

Las enfermedades de alto costo o catastróficas, se conceptualizan de diversas maneras.

a) **Son de baja incidencia/prevalencia médica:** Desde una perspectiva epidemiológica no son prioritarias puesto que su incidencia es baja y el tratamiento que se puede dispensar se concentra más en los cuidados paliativos que en la posibilidad de cura. Por eso se dice que registran bajo impacto en la carga de enfermedad.

b) **Son de alto costo:** Desde el punto de vista financiero, representan patologías cuyo tratamiento implica un importante desembolso monetario, impactan con fuerza en el presupuesto familiar y, eventualmente, dejan a las familias en un estado de insolvencia financiera temporal o definitiva. Existe la convención de que una enfermedad, tiene un impacto catastrófico, cuando para su atención se destina más del 30 % del ingreso familiar, por lo que su financiación resulta insustentable.

c) **Generan severos daños en la salud de quienes la padecen,** dado que en general, se trata de enfermedades crónico-degenerativas o infectocontagiosas y son causantes de discapacidad y/o muerte. El adelanto en tecnología médica, en la industria farmacéutica y en biotecnología impulsan rápidos avances en el tratamiento puesto que configuran un mercado atractivo. Por eso, el sector privado y en particular los laboratorios farmacéuticos, destina sumas crecientes a la investigación y desarrollo en estas enfermedades.

d) **Presentan una curva de costos diferente,** dado que la evolución habitual en el gasto generado por una persona con una patología determinada presenta el fenómeno de regresión a la media, esto es que quien gasta más el primer año, lo hará en menor proporción en el siguiente. En cambio, en las enfermedades catastróficas la evolución se realiza en forma extremadamente lenta, denominándose este comportamiento “reversión lenta a la media”.

e) **Buena parte del costo se destina a medicamentos:** son los denominados Medicamentos de Alto Costo (MAC), que por lo general son monopolísticos. Pero, además, dentro de esta categoría hay cada vez menos productos de síntesis química y más biotecnológicos.

En general, podemos identificar algunos problemas asociados a estos medicamentos, a saber:

- a) **Falta de un entorno competitivo.** La mayoría es producida en forma monopólica o, por lo menos, en el marco de una estructura con muy pocos oferentes.
- b) **Información asimétrica vinculada con la atención médica y los precios.** El conocimiento lo tiene el prescriptor del medicamento. Además, los precios suelen no estar publicados, es decir que hay poca información para comparar y negociar.
- c) **Relación de agencia.** El que compra no decide ni paga; el que decide no paga y el que paga, no decide. Además, un nuevo actor social se incluye en esta tríada: el juez, que muchas veces decide un tratamiento médico con formación e información insuficiente.
- d) **Falta de equidad.** El impacto social de estos tratamientos aumenta la brecha del acceso entre personas ricas y pobres, y entre países ricos y pobres

Son productos que han sido elaborados con materiales de origen biológico, como microorganismos, órganos, tejidos, células o fluidos de origen humano o animal o también por un proceso biotecnológico de ADN recombinante, a partir de una proteína o ácido nucleico, muchos de ellos denominados en general, anticuerpos monoclonales (MAB, por sus siglas en inglés).

Un detalle importante, como comentario adicional: en 1975 George Köhler (Alemania) y Cesar Milstein (Argentina) demostraron definitivamente la teoría de la selección clonal por medio de la fusión de células normales y tumorales (hibridoma), obteniendo así los primeros anticuerpos monoclonales, por lo que recibieron el Premio Nobel de Medicina en 1984.

- f) **En ocasiones, su cobertura es definida por vía judicial:** Algunos países cuentan con instituciones públicas que realizan evaluaciones técnicas y económicas de las tecnologías sanitarias y se hacen cargo de definir qué debe ser cubierto con los recursos públicos y/o privados y qué no.

Si la regulación no es clara y específica, quienes lo hacen son los jueces que establecen dictámenes obligando la cobertura de determinada prestación (práctica o tecnología médica). Ese fenómeno ha sido denominado “judicialización de la salud” y dificulta la sostenibilidad de las políticas aumentando las inequidades e ineficiencias de los sistemas.

En la Provincia de Buenos Aires, la obra social estatal, (Instituto de Obra Médico Asistencial – I.O.M.A) da cobertura a este tipo de medicación.

- g) **La protección social de la población frente a las enfermedades catastróficas plantea dilemas de puja distributiva en la financiación sanitaria.**

Complejidad

Se trata de afecciones que resultan complejas desde diversos aspectos:

1. **Clínico:** porque en muchas ocasiones hay incertidumbre sobre las modalidades de abordaje.
2. **Económico:** porque los importantes costos que involucran su diagnóstico y atención, comprometen la sostenibilidad de los tratamientos y repercuten en gran manera sobre las finanzas de quienes deben pagar por ellos, ya se trate de obras sociales, empresas de medicina prepaga o particulares.
3. **Ético,** porque la diseminación del uso de nuevas tecnologías terapéuticas puede resultar más acelerada que la generación de evidencias confiables sobre su seguridad y beneficios

terapéuticos, lo que a menudo convierte al paciente en un conejillo de indias sobre el cual se ponen a prueba tratamientos sin la evidencia científica necesaria.

4. **Distributivo**, porque cuando los sistemas de salud se hacen cargo de financiar los tratamientos, concentran una gran parte de sus recursos sobre unos pocos pacientes que, desafortunadamente, tienen poca o ninguna probabilidad de sanar.

Medidas de estadística epidemiológica

La prevalencia de las enfermedades de mayor costo tiende a aumentar (no necesariamente la incidencia) y lo hace con la misma velocidad que las poblaciones avanzan en su transición demográfica y su evolución epidemiológica.

En algunas patologías como las oncológicas, se registra un incremento en la frecuencia de nuevos casos, el principal motivo del incremento radica en que las personas viven más y ya no se enferman o mueren de otras causas (más fácilmente evitables).

Las medidas de frecuencia estadística epidemiológica, que debemos considerar principalmente, son:

Prevalencia: Es la proporción de individuos de una población que presentan el evento en un momento, o periodo de tiempo determinado.

Su fórmula de cálculo es:

$$P = \frac{N^{\circ} \text{ eventos}}{N^{\circ} \text{ individuos totales}}$$

Características

- Es una proporción:
- no tiene dimensiones
- su valor oscila entre 0 y 1, aunque a veces se expresa como porcentaje.
- Es un indicador estático, que se refiere a un momento o período de tiempo determinado.
- Indica la “carga” del evento que soporta la población, tiene su mayor utilidad en los estudios de planificación de servicios sanitarios.
- En la prevalencia influye la velocidad de aparición del evento y su duración; es por ello poco útil en la investigación causal y de medidas terapéuticas.

Se obtiene como la razón entre el n° de pacientes/eventos que padecen la enfermedad y la población en que hubiese podido ocurrir la enfermedad.

La tasa de **incidencia** se define como el número de casos nuevos de una enfermedad u otra condición de salud dividido por la población en riesgo de la enfermedad (población expuesta) en un lugar específico y durante un período determinado, generalmente anual

Es la probabilidad de que un individuo perteneciente a la población en riesgo se vea afectado por la enfermedad de interés en un período específico.

Permite calcular la probabilidad de que haya un cambio de estado (por ejemplo, de no tener la enfermedad a enfermarse, de vivo a muerto, sin un evento dado y con evento adverso, entre otros) en un intervalo determinado.

$$I = \frac{\text{Número de casos nuevos ocurridos en un lugar X en un período dado}}{\text{Total de personas de la población base (en riesgo) en el lugar X y en el período dado}}$$

En general, el resultado se expresa por cada 100.000 o 1.000.000 de habitantes.

Existe una relación entre ambas medidas estadísticas, a saber: La tasa de prevalencia de una enfermedad (u otro trastorno) es directamente proporcional al producto de su tasa de incidencia por la duración media de la enfermedad, en fórmulas:

$$P = I * t \text{ (tiempo medio de duración de la enfermedad)}$$

Si una enfermedad tiene una prevalencia alta en una población, ello podría indicar una incidencia elevada o el hecho de que la enfermedad o trastorno tiene una larga duración, como las enfermedades que se hacen crónicas y son incurables, aunque no tienen una letalidad alta.

Por el contrario, si una enfermedad tiene una prevalencia baja, ello podría indicar una incidencia baja o un proceso de desaparición rápida de la persona con la enfermedad o condición, ya sea porque en poco tiempo se cura o se muere.

Considerando esta relación, vale la pena mencionar que cualquiera que sea la incidencia, si el evento es tan agudo que su duración media tiende a cero, la prevalencia de ese evento se inclinará también hacia cero.

¿Ustedes se estarán preguntando porque es importante conocer estas medidas estadísticas? Veamos algunos valores, para entender a que nos referimos cuando hablamos de “alto costo”:

Cuadro I:

Patología y Medicación	Costo Medio en dólares
Hemofilia A (niños)	35.655,46
Hemofilia B (adultos)	94.793,96
Esclerosis Múltiple	20.321,37
Trasplante de Medula por Leucemia Mieloide Aguda	35.889,07
Bevacizumab (mes)	21.856,61
Sunitinib 50 mg (mes)	37.940,95

En el cuadro precedente, por ejemplo, el medicamento **Bevacizumab**, es uno de los denominados “anticuerpos monoclonales”.

Si fuéramos financiadores de salud (público o privado), el valor en pesos por mes del desembolso, rondaría aproximadamente \$ 1.639.245,75/mes

Para ir redondeando, debemos concentrarnos en los siguientes conceptos fundamentales:

1. Analizar el concepto de variabilidad en la práctica médica y su impacto sobre la equidad en salud: Se denomina **variabilidad** en la práctica médica a la amplitud de diferentes maneras para tratar un mismo problema de salud (John E. Wennberg -1984).

Esta representa un problema en sí mismo ya que esas diferencias en el abordaje podrían suponer no solo el acceso a intervenciones que el paciente no requiere sino también la falta de acceso a medidas de probada eficacia. Para reducir la variabilidad en la práctica médica, hay dos requisitos indispensables:

- a) Normalizar los tratamientos
 - b) Acreditar prestadores adecuados para brindar los tratamientos.
2. Alternativas para seleccionar un listado de patologías catastróficas prioritarias, para organizar y financiar su adecuada cobertura a través de:
- a) Benchmarking (en español, proceso de evaluación comparativa). Consiste en revisar el camino recorrido por otros países que ya encararon políticas en la materia. En este sentido, se puede mencionar a Uruguay, específicamente al Fondo Nacional de Recursos (FNR), como un pionero en América Latina
 - b) Incidencia y prevalencia.
 - c) Selección en función de los costos directos de la atención.
 - d) Esquema combinado seleccionando en función de los costos directos, asociados a la incidencia/prevalencia de las patologías.

Caso Argentino

Nuestro sistema de salud es muy fragmentado, lo que posibilita identificar diferentes coberturas verticales (elenco de prestaciones brindadas) que se corresponden con diferentes coberturas horizontales (grupos poblacionales protegidos), lo que confluye en una gran inequidad e ineficiencia del sistema de salud.

Los seguros de salud están destinados a amortiguar el costo por el mantenimiento de la salud y bienestar de las personas. En la Argentina, los beneficios de una póliza de salud usualmente complementan y suplementan los otorgados por una Obra Social o Empresa de Medicina Prepaga.

El esquema tradicional de los seguros de salud apunta a ofrecer respaldo ante eventos relacionados con la salud del asegurado por medio de una compensación económica de carácter indemnizatoria, más que con asistencia o tratamiento (modelo operativo de las Obras Sociales o Empresas de Medicina Prepaga).

A su vez, por Resolución N° 1200/2012 SSSALUD se crea el SISTEMA UNICO DE REINTEGRO (S.U.R.), para apoyar financieramente a los Agentes del Seguro de Salud en el reconocimiento de las prestaciones médicas de baja incidencia, alto impacto económico y las de tratamiento prolongado.

No hay que olvidar el denominado: Sistema Único de Reintegro (SUR) y el Sistema de Tutelaje de Tecnologías Sanitarias Emergentes, en el marco de la Resolución 1561/2012 y otras normas en vigor, de la Superintendencia de Servicios de Salud.

En tal sentido, la Resolución N° 1048/2014, de la Superintendencia de Servicios de Salud tiene como objetivo implementar, reglamentar y administrar los recursos provenientes del Fondo Solidario de Redistribución, dirigiendo todo su accionar al fortalecimiento cabal de la atención de la salud de los beneficiarios del Sistema Nacional del Seguro de Salud, destinando todos los recursos disponibles para la cobertura de subsidios por reintegros por prestaciones de alto impacto económico y que demanden una cobertura prolongada en el tiempo, a fin de asegurar el otorgamiento de prestaciones de salud igualitarias, garantizando a los beneficiarios la obtención del mismo tipo y nivel de prestaciones.

Aplicación particular: Fondo de Salud del Consejo Profesional en Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires

Breve historia del Consejo Profesional de Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires (CPCEPBA)

En la República Argentina, con la sanción del Decreto-Ley 5103/45-ratificado por la Ley 12.921 del 31/12/1946-, se reglamentó la profesión. Dicho ordenamiento venía a satisfacer un anhelo reiteradamente puesto de manifiesto por los centros, comisiones y congresos correspondientes a las profesiones de los Doctores en Ciencias Económicas, Contadores Públicos y Actuarios.

En la Provincia de Buenos Aires, el 28 de junio de 1945 el Gobierno Provincial dictó el Decreto 9857 (B.O.: 4/7/45), por el cual se establecía que las profesiones en Ciencias Económicas se regirían en todo el territorio de la Provincia de Buenos Aires de acuerdo al Decreto-Ley 5103/45 y las reglamentaciones que se dictaren en el futuro.

El 15 de junio de 1946 se realizó la Asamblea Constitutiva del primer Consejo Profesional, y 25 años después, en recuerdo de ese hito se fijó esa fecha como el "Día del Graduado en Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires".

El 28 de agosto de 1950 la H. Cámara de Senadores dio sanción definitiva a lo que constituyó la primera Ley Reglamentaria de las Profesiones en Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires, promulgada el 25 de setiembre de 1950 y registrada con el N° 5607.

La necesidad de actualizar la reglamentación profesional resultaba impostergable, ya tanto por el reconocimiento de nuevas carreras en el ámbito académico, como por las demandas del mercado en materia de especialización y por la necesidad de incrementar la protección del ejercicio profesional en sus distintas manifestaciones.

El 16 de diciembre de 1965 se vio concretado el objetivo aludido con la sanción de la Ley 7195, que reconoció como tal no sólo al ejercicio independiente, sino también a la realización de tareas en relación de dependencia y el desempeño de cargos públicos en la administración nacional, provincial y municipal, incorporando además a los títulos de Licenciado en Economía y Licenciado en Administración y Administración Pública. Las leyes y reglamentaciones en vigor exigían poseer título de graduado en ciencias económicas para el desempeño de esos cargos.

Un nuevo anteproyecto de ley comenzó a elaborarse en 1985, recibiendo la aprobación de la matrícula al año siguiente y convirtiéndose en Ley Provincial por decisión de la H. Legislatura el 26 de noviembre de 1987, promulgada el 17 de diciembre del mismo año y registrada bajo el número 10.620. Esta norma, con las modificaciones introducidas por las leyes N° 11.785, N° 12.008 y N° 13.750, es la que rige el ejercicio profesional actualmente.

Entre los beneficios que brinda a través de su departamento de Acción Social, se encuentra el Fondo de Salud.

¿En qué consiste?

Se utiliza exclusivamente para dar cobertura, con carácter de subsidio y en forma complementaria a la Obra Social, Sistema de Salud o Similar que posea el Afiliado o su Grupo Familiar, hasta un monto o porcentaje máximo fijado para cada ítem.

¿Quiénes son sus Beneficiarios?

TODOS Los profesionales inscriptos en la matrícula del Consejo Profesional y su grupo familiar primario. Los profesionales actualmente jubilados con matrícula cancelada y/o pensionados que se inscriban especialmente en los registros habilitados en el Consejo Profesional de Ciencias Económicas. Los empleados del Consejo Profesional y de la Caja de Seguridad Social adheridos, mientras mantengan su relación de empleo y opten por su inclusión.

¿Que prestaciones brinda?

1. Trasplantes: Huesos – Hígado – Páncreas – Médula- Reno-pancreático – Córnea – Riñón – Cardiopulmonar – Corazón - Intestino
2. Implantes: Coclear - Piel autóloga con técnicas de cultivo in vitro – Lente Intraocular
3. Provisión de medicamentos oncológicos: anticuerpos monoclonales (incluidos los utilizados para el tratamiento de la Maculopatía)
4. Tratamientos oncológicos alternativos
5. Radioterapia de intensidad modulada (IMRT)
6. Reemplazo valvular percutáneo (TAVI)
7. Marcadores de enfermedades oncológicas
8. Radioterapia tridimensional conformada (RTC 3D)
9. Electroestimulación cerebral profunda

Financiamiento del Fondo de Salud

Aportes mensuales al Fondo de Salud por Matriculado:

- Aportes vigente a partir del 1/10/2011: \$ 4,07
- Aporte vigente a partir del 1/1/2013: \$ 5,00
- Aporte vigente a partir del 1/1/2014: \$ 6,25
- Aporte vigente a partir del 1/1/2015: \$ 8,75
- Aporte vigente a partir del 1/1/2016: \$ 10,42

- Aporte vigente a partir del 1/1/2017: \$ 13,58
- Aporte vigente a partir del 1/1/2018: \$ 17,00
- Aporte vigente a partir del 1/1/2019: \$ 23,17
- Aporte vigente a partir del 1/1/2020: \$ 27,80

Es decir que, por ejemplo, por el año 2020, un matriculado del CPCEPBA, destina a través del pago de su derecho de ejercicio profesional (matrícula) \$ 333,60 anuales para financiar los subsidios antes descriptos, que hemos elegido en este trabajo para demostrar, sucintamente, cómo se calcula un seguro de salud específico, como es el destinado a cubrir las denominadas enfermedades catastróficas

Formula General para la determinación del costo en el seguro de salud

$$\text{Costo medio ponderado} = F_1 \times C_1 + F_2 \times C_2 + \dots + F_n \times C_n$$

Donde:

F: frecuencia o tasa de uso de cada tratamiento y

C: costo

Ejemplo:

Costo del trasplante renal: En Argentina se realizaron en 2019, 1.227 trasplantes (Tx), lo que equivale a una tasa de uso de 27,04 por millón de habitantes (PMH), el costo asciende (en promedio) a U\$S 29.680,20.

De manera que la incidencia en el costo de un servicio de salud por esta patología es de \$ 60,19 anuales, (considerando \$ 75 por U\$S), para la población argentina, y una población estimada de 45.376.763 personas.

¿Cómo lo calculamos?:

Costo promedio del trasplante renal: U\$S 29.680,20

Cantidad de trasplantes realizados/año: 1227

Erogación anual en pesos: U\$S 29.680,20 x 75 x 1227 = 2.731.321.325,25.

Costo anual por habitante: = \$ 2.731.321.325,25 / 45.376.763 personas = \$ 60,19

Si quisiéramos analizar la incidencia de esa cobertura en el caso del Fondo de Salud del CPCEPBA, para este caso concreto, deberíamos replicar la tasa de incidencia, es decir:

0,00002704* 22.000 afiliados = 0,595 personas por año que pueden solicitar el subsidio

Luego lo multiplicamos por el costo anual por persona, para obtener el gasto total anual del CPCEPBA para el caso del trasplante renal, en función a la incidencia:

0,595 * 29.680,20 = U\$S 17.659,72

Que convertidos en pesos y dividido por el número de afiliados, resulta \$ 60,19 anuales.-

Es decir que dentro del total que el Fondo recibe, \$ 333,60 anuales, \$ 60.19 corresponden al trasplante renal.

Y así podemos calcular el costo de cada una de las patologías cubiertas, para arribar al valor de la cuota mensual o anual por matriculado.

Reserva Matemática

Si bien no será desarrollado en detalle, porque ya fuera explicado en capítulos precedentes, es dable mencionar, la constitución de las reservas matemáticas o de daño en curso, como se denominan específicamente en el caso de salud.

Durante el período de recurrencia, el CPCEPBA, percibe los aportes mensuales y como se expresara, por estar destinados al pago de subsidios vinculados a enfermedades de baja incidencia epidemiológica y alto costo, los excedentes, de producirse, deben ser reservados acumulativamente en un fondo para enfrentar un posible evento catastrófico en el futuro.

Esta finalidad se cumple con la constitución de una reserva de riesgos catastróficos, la cual se forma con la parte que se va devengando de los aportes capitalizados y la rentabilidad de las inversiones del fondo de salud (FS).

En formulas sería:

$$FS_n = FS_{(n-1)} * (1+i) + Ap_n - Ss_n$$

Donde:

Ap: aportes mensuales al fondo

Ss.: Subsidios abonados

n: es el período de recurrencia, en este caso el año

Esta reserva es acumulativa durante todos los años de aportes y se emplea exclusivamente para el pago de siniestros de tipo catastrófico, por lo que no puede ser utilizada para otros fines.

Para ir concluyendo:

¿Por qué sería deseable, que independientemente del ejemplo desarrollado, existiera un Seguro de salud para enfermedades catastróficas a nivel nacional?

- Reduce la brecha en el acceso entre quienes tienen cobertura y quienes no
- Genera un *pool de riesgo adecuado*
- Reduce la variabilidad en la práctica médica y la demanda inducida
- Permite regular el acceso a los medicamentos de alto costo y la alta complejidad

Debería tener:

- Alcance universal.
- Implementación gradual
- Basado en el principio de solidaridad
- Genera un pool de riesgo
- Pago de cápita específica
- Gestionado por entidad específica

Para un sistema de salud como el de nuestro país, como dijimos, fragmentado, con múltiples actores y financiadores, estamos lejos del ideal de alcance universal, pero es innegable, que debemos pensar y trabajar para ello.

Corolario

Hemos llegado al final del texto, y más allá de los agradecimientos que preceden su desarrollo, ahora quiero agradecer a quienes han dedicado su tiempo a la lectura de los diversos temas tratados a lo largo de estas páginas con la ilusión que les hayan sido comprensibles, útiles, entretenidas y despertado las ganas de seguir aprendiendo.

¡Gracias Totales!

Bibliografía y fuentes consultadas

Textos y artículos

- Bowers Newton y otros: Matemáticas Actuariales. 2° Ed. 1997. Publicado por Society of Actuaries.
- Ceccarelli, G. (2007). The price for risk-taking: Marine insurance and probability calculus in the late Middle Ages. *Journal Electronique d'Histoire des Probabilités et de la Statistique*, 3(1), Article 3, 26 p.
- Dieulefait Enrique: Apéndice Estadístico - Actuarial. Disponible en: <http://biblioteca.ciess.org/adiss/downloads/112/ADISS2015-109.pdf>
- Garnica Hervás Ramón: Cálculo financiero: Teoría, Ejercicios y Aplicaciones. Ediciones Cooperativas. 2008. Buenos Aires
- González Galé José. Elementos de Cálculo Actuarial. Editorial Macchi. 1977. Buenos Aires
- Landro Alberto y Mirta L. González. Acerca del problema de Bernoulli y la determinación del verdadero valor de una probabilidad. Ediciones Cooperativas. Buenos Aires. 2016
- Illescas Omar Damerval: "Garantía estatal de protección de personas con enfermedades catastróficas establecida en el artículo 50 de la Constitución de la República del Ecuador. Universidad de Cuenca. (2010)
- Insolera Filadelfo. Curso de Matemática Financiera y Actuarial. Editorial Aguilar S.A. 1950. Madrid.
- Metelli María Alejandra y otros: Aplicaciones de los seguros de personas a la gestión actuarial. Editorial EUDEBA. 2012. Buenos Aires
- Tobar Federico: "Respuestas a las enfermedades catastróficas". CIPPEC. Buenos Aires. (2014)

Sitios webs

https://webs.ucm.es/info/sevipres/P1/02/1_2_1.php

https://www.ilo.org/wcmsp5/groups/public/---dgreports/dcomm/documents/publication/wcms_067592.pdf.

La seguridad social para los profesionales independientes: diseño y desempeño de las Cajas de Previsión y Seguridad Social para Profesionales de la República Argentina. Disponible en: https://www.ilo.org/wcmsp5/groups/public/---americas/---ro-lima/---ilo-buenos_aires/documents/publication/wcms_734245.pdf

De la ciencia, la longevidad y las expectativas. Esperanza de vida. Adrian Paenza. Publicado el 3-02-2022 en el diario Pagina12. Recuperado de: <https://www.pagina12.com.ar/399339-esperanza-de-vida>

www.eluniverso.com: Benites Elisabeth: “Enfermedades catastróficas”. (2015)

https://www.incucai.gov.ar/mod_estadisticas/mas_indices.php

<https://www.cpba.com.ar/servicios/fondo-de-salud>

www.consultordesalud.com: LIFSTCHITZ Esteban: “*Que son las enfermedades catastróficas*”. Consultor de Salud. Año I. N° 2. Agosto de 2011.

https://www.ilo.org/public/libdoc/ilo/1992/92B09_397_SPAN.pdf: Seguridad Social. Guía de Educación Obrera. Ginebra. 1995.

Disposiciones normativas

Ley del Seguro N° 17.418. Publicada en el Boletín Oficial el 30-08-1967

Ley 12.724 de funcionamiento de la Caja de Seguridad Social para Profesionales en Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires.

Ley 10.620 de funcionamiento del Consejo Profesional de Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires.

COMMISSIONER'S STANDARD ORDINARY 1980 - HOMBRES														
x	99% q(x)	q(x)	d(x)	q(x)	v(x)	VM	D(x)	N(x)	T _x	ex	C(x)	M(x)	s(x)	A(x)
0	0,000762	0,000000	0,000000	0,000000	1,000000	71,67	10000000	25000000	72170521	72	36173	806418	22,90331005	0,08064182
1	0,000908	0,002380	0,0084	0,002380	0,96153846	70,94	9579212	22903310	71175424	71	8070	770246	22,90330950	0,08040808
2	0,000891	0,002706	0,0086	0,002706	0,92453621	70,21	9201810	21940309	70179570	71	7804	741376	22,89873149	0,080274110
3	0,000882	0,003031	0,0087	0,003031	0,88989636	69,48	8840410	21020193	69184025	70	7497	713450	22,8937217	0,08013908
4	0,000873	0,003356	0,0088	0,003356	0,85683418	68,74	8492606	20141107	68190807	69	6982	685936	22,88834471	0,08000398
5	0,000864	0,003681	0,0089	0,003681	0,82519271	68,01	8158895	19291826	67197737	68	6355	65814	22,8826067	0,07986865
6	0,000855	0,004006	0,0090	0,004006	0,79481432	67,28	7838924	18474020	66205538	67	5746	63058	22,87659807	0,07973305
7	0,000846	0,004331	0,0091	0,004331	0,76564701	66,55	7531964	17692145	65214020	66	5144	60318	22,87031819	0,07959708
8	0,000837	0,004656	0,0092	0,004656	0,73763076	65,82	7236775	16948882	64222306	65	4549	57587	22,86375818	0,07946073
9	0,000828	0,004981	0,0093	0,004981	0,71071451	65,09	6952804	16245920	63230386	64	3959	54856	22,85690817	0,07932408
10	0,000819	0,005306	0,0094	0,005306	0,68484826	64,36	6679473	15578858	62238166	63	3374	52125	22,84976816	0,07918713
11	0,000810	0,005631	0,0095	0,005631	0,66000201	63,63	6426202	14942196	61245646	62	2794	49394	22,84233815	0,07905008
12	0,000801	0,005956	0,0096	0,005956	0,63612576	62,90	6182471	14340134	60252726	61	2219	46663	22,83471814	0,07891293
13	0,000792	0,006281	0,0097	0,006281	0,61316951	62,17	5947740	13777072	59259406	60	1644	43932	22,82689813	0,07877578
14	0,000783	0,006606	0,0098	0,006606	0,59107326	61,44	5721409	13247410	58265686	59	1069	41201	22,81887812	0,07863863
15	0,000774	0,006931	0,0099	0,006931	0,56978701	60,71	5502978	12745548	57271466	58	500	38470	22,81065811	0,07850148
16	0,000765	0,007256	0,0100	0,007256	0,54926076	60,00	5291947	12266686	56276746	57	442	35739	22,80223810	0,07836433
17	0,000756	0,007581	0,0101	0,007581	0,52944451	59,29	5087816	11806424	55281526	56	384	33008	22,79361809	0,07822718
18	0,000747	0,007906	0,0102	0,007906	0,51028826	58,58	4889985	11361262	54285806	55	326	30277	22,78479808	0,07809003
19	0,000738	0,008231	0,0103	0,008231	0,49174201	57,87	4697854	10928600	53289586	54	268	27546	22,77577807	0,07795288
20	0,000729	0,008556	0,0104	0,008556	0,47375576	57,16	4510923	10504938	52292866	53	210	24815	22,76655806	0,07781573
21	0,000720	0,008881	0,0105	0,008881	0,45627951	56,45	4328692	10088676	51295646	52	152	22084	22,75713805	0,07767858
22	0,000711	0,009206	0,0106	0,009206	0,43927326	55,74	4150661	9678314	50297926	51	94	19353	22,74751804	0,07754143
23	0,000702	0,009531	0,0107	0,009531	0,42269701	55,03	3976330	9273452	49299206	50	36	16622	22,73769803	0,07740428
24	0,000693	0,009856	0,0108	0,009856	0,40651076	54,32	3805199	8872590	48299986	49	20	13891	22,72767802	0,07726713
25	0,000684	0,010181	0,0109	0,010181	0,39068451	53,61	3637768	8475328	47299766	48	14	11160	22,71745801	0,07713000
26	0,000675	0,010506	0,0110	0,010506	0,37516826	52,90	3474537	8081166	46298546	47	8	8429	22,70703800	0,07700000
27	0,000666	0,010831	0,0111	0,010831	0,35992201	52,19	3314906	7689604	45296326	46	2	5688	22,69641800	0,07687000
28	0,000657	0,011156	0,0112	0,011156	0,34490576	51,48	3158275	7299042	44293106	45	2	2947	22,68559800	0,07674000
29	0,000648	0,011481	0,0113	0,011481	0,33008951	50,77	2994144	6908880	43288886	44	2	200	22,67457800	0,07661000
30	0,000639	0,011806	0,0114	0,011806	0,31543326	50,06	2832913	6518718	42282666	43	2	106	22,66335800	0,07648000
31	0,000630	0,012131	0,0115	0,012131	0,30088701	49,35	2674082	6128156	41274446	42	2	12	22,65193800	0,07635000
32	0,000621	0,012456	0,0116	0,012456	0,28642076	48,64	2518151	5737594	40264226	41	2	4	22,64031800	0,07622000
33	0,000612	0,012781	0,0117	0,012781	0,27200451	47,93	2364720	5346432	39251006	40	2	0	22,62849800	0,07609000
34	0,000603	0,013106	0,0118	0,013106	0,25769826	47,22	2213289	4954980	38234786	39	2	0	22,61647800	0,07596000
35	0,000594	0,013431	0,0119	0,013431	0,24335201	46,51	2063358	4563328	37215566	38	2	0	22,60425800	0,07583000
36	0,000585	0,013756	0,0120	0,013756	0,22892576	45,80	1914427	4170976	36193346	37	2	0	22,59183800	0,07570000
37	0,000576	0,014081	0,0121	0,014081	0,21445951	45,09	1766096	3778124	35149926	36	2	0	22,57921800	0,07557000
38	0,000567	0,014406	0,0122	0,014406	0,20000326	44,38	1617865	3384272	34092506	35	2	0	22,56639800	0,07544000
39	0,000558	0,014731	0,0123	0,014731	0,18551701	43,67	1469234	3028120	32920086	34	2	0	22,55337800	0,07531000
40	0,000549	0,015056	0,0124	0,015056	0,17095076	42,96	1320703	2699068	31632666	33	2	0	22,54015800	0,07518000
41	0,000540	0,015381	0,0125	0,015381	0,15636451	42,25	1171772	2306616	30229246	32	2	0	22,52673800	0,07505000
42	0,000531	0,015706	0,0126	0,015706	0,14169826	41,54	1021941	1850264	28700826	31	2	0	22,51311800	0,07492000
43	0,000522	0,016031	0,0127	0,016031	0,12690201	40,83	871610	1349412	27017406	30	2	0	22,49929800	0,07479000
44	0,000513	0,016356	0,0128	0,016356	0,11202576	40,12	720379	804060	25268986	29	2	0	22,48527800	0,07466000
45	0,000504	0,016681	0,0129	0,016681	0,09692951	39,41	568148	250108	23465566	28	2	0	22,47105800	0,07453000
46	0,000495	0,017006	0,0130	0,017006	0,08156326	38,70	414917	100100	21607146	27	2	0	22,45663800	0,07440000
47	0,000486	0,017331	0,0131	0,017331	0,06598701	38,00	260686	50000	19602726	26	2	0	22,44203800	0,07427000
48	0,000477	0,017656	0,0132	0,017656	0,05026076	37,29	105455	0	18149306	25	2	0	22,42723800	0,07414000
49	0,000468	0,017981	0,0133	0,017981	0,03443451	36,58	0	0	16635886	24	2	0	22,41223800	0,07401000
50	0,000459	0,018306	0,0134	0,018306	0,01846826	35,87	0	0	15062466	23	2	0	22,39703800	0,07388000
51	0,000450	0,018631	0,0135	0,018631	0,00230201	35,16	0	0	13429046	22	2	0	22,38163800	0,07375000
52	0,000441	0,018956	0,0136	0,018956	0,00000000	34,45	0	0	11735626	21	2	0	22,36603800	0,07362000
53	0,000432	0,019281	0,0137	0,019281	0,00000000	33,74	0	0	10082206	20	2	0	22,35023800	0,07349000
54	0,000423	0,019606	0,0138	0,019606	0,00000000	33,03	0	0	8468786	19	2	0	22,33423800	0,07336000
55	0,000414	0,019931	0,0139	0,019931	0,00000000	32,32	0	0	6895366	18	2	0	22,31803800	0,07323000
56	0,000405	0,020256	0,0140	0,020256	0,00000000	31,61	0	0	5361946	17	2	0	22,30163800	0,07310000
57	0,000396	0,020581	0,0141	0,020581	0,00000000	30,90	0	0	3868526	16	2	0	22,28503800	0,07297000
58	0,000387	0,020906	0,0142	0,020906	0,00000000	30,19	0	0	2415106	15	2	0	22,26823800	0,07284000
59	0,000378	0,021231	0,0143	0,021231	0,00000000	29,48	0	0	9616686	14	2	0	22,25123800	0,07271000
60	0,000369	0,021556	0,0144	0,021556	0,00000000	28,77	0	0	0	13	2	0	22,23403800	0,07258000

COMMISSIONER'S STANDARD ORDINARY 1980 - HOMBRES														
x	90% qx	qx	dx	qx	vqx	VM	Dqx	Hqx	Tx	ex	Cqx	Mqx	s(x)	Ax
61	0,015786	8.138.138	128.484	8.138.138	0,09143423	17.14	743852	9265144	142352062	18	11292	387561	12.45522881	0,52084888
62	0,017271	8.010.655	130.352	8,010,655	0,08780868	16,41	704544	8522212	128477166	17	11682	378298	12.10462568	0,53443747
63	0,018854	7.872.303	148.212	7,872,303	0,08453835	15,73	665275	7818166	127535687	16	12125	364577	11.75177563	0,54800868
64	0,0204825	7.723.081	160.841	7,723,081	0,08125803	15,06	627563	7152891	118737981	16	12567	352452	11.38788212	0,56161982
65	0,0222078	7.562.252	175.098	7,562,252	0,078013272	14,32	590859	6521328	112085328	15	12988	339885	11.04379549	0,57523863
66	0,0250665	7.388.241	185.211	7,388,241	0,07512742	13,66	555136	5934468	104619575	14	13378	326887	10.69113578	0,588894173
67	0,027386	7.204.030	187.362	7,204,030	0,07223808	13,01	520405	5379333	97222898	14	13758	312908	10.33681262	0,60263028
68	0,0298071	7.036.668	208.296	7,036,668	0,06940873	12,38	48681	488827	90217581	13	13978	298788	9.9800125	0,61650764
69	0,0323332	6.8737.372	221.275	6,873,372	0,06678818	11,74	453884	4372246	83315571	12	14218	285821	9.63083611	0,62958323
70	0,0350598	6.706.087	233.828	6,706,087	0,06421840	11,15	422313	3818262	76528836	12	14438	271611	9.27888952	0,64315602
71	0,0380873	6.542.257	247.158	6,542,258	0,06170842	10,56	381681	349848	70168658	11	14675	257171	8.9264611	0,65666746
72	0,0412885	6.382.103	261.388	6,382,103	0,05925745	9,98	341883	3184318	63950881	10	14823	242486	8.57798647	0,67007796
73	0,0447376	6.223.711	276.578	6,223,711	0,05686881	9,44	303251	2742425	57986575	10	15172	227578	8.23424178	0,68332838
74	0,0484371	6.067.333	281.043	6,067,333	0,054548951	8,94	265170	240874	52291053	9	15362	212402	7.89774652	0,69642836
75	0,0523771	5.914.280	304.238	5,914,280	0,052278367	8,43	227874	2154364	46878241	9	15441	197038	7.57014285	0,70940462
76	0,0565477	5.764.051	314.876	5,764,051	0,050075353	7,92	191882	1883330	41765670	8	15371	181588	7.25188875	0,72228882
77	0,0609488	5.616.075	322.544	5,616,075	0,04800147	7,45	157884	1574488	36969506	8	15135	166227	6.94267867	0,73512434
78	0,0655810	5.474.531	326.545	5,474,531	0,04602448	7,01	125285	1347794	32474738	8	14784	151882	6.64143423	0,74796368
79	0,0704465	5.3387.886	327.615	5,338,7886	0,04411873	6,58	186388	1144778	28313445	7	14213	136958	6.34619860	0,75981540
80	0,0755336	5.207.371	326.502	5,207,371	0,04230433	6,17	158217	964390	24478266	7	13620	122145	6,05633387	0,7706408
81	0,0808732	5.080.888	323.458	5,080,888	0,040571573	5,77	130482	805153	20872146	6	12974	108524	5.77284528	0,7798826
82	0,0864825	4.958.410	318.729	4,958,410	0,038911125	5,38	102152	665641	17790006	6	12293	95530	5.49441262	0,78867644
83	0,0923744	4.840.681	311.866	4,840,681	0,037316851	5,03	73420	544508	14828661	5	11564	82157	5.22362288	0,79614192
84	0,0985625	4.728.815	301.654	4,728,815	0,035788510	4,68	44827	440308	12383212	5	10757	71682	4.96014028	0,80331768
85	0,1050655	4.622.161	287.446	4,622,161	0,034316875	4,36	14461	351683	10144224	5	9856	60835	4.70230390	0,81034498
86	0,1118981	4.520.715	268.175	4,520,715	0,032908726	4,05	61742	277221	8188786	5	8874	51078	4.44902606	0,81726688
87	0,1190782	4.424.543	247.490	4,424,543	0,031566852	3,77	59469	215480	6533657	4	7846	42206	4.20754381	0,824108373
88	0,1266343	4.334.053	223.352	4,334,053	0,030290993	3,48	40705	168887	5125808	4	6888	34358	4.05322672	0,830810646
89	0,1345811	4.248.751	187.885	4,248,751	0,02908125	3,23	32331	124282	3953482	4	5900	27551	3.84388113	0,837415418
90	0,1429580	4162.815	172.212	4,162,815	0,027930890	2,97	25288	91850	2981724	3	4953	21752	3.63610642	0,843914875
91	0,1517887	4062.604	147.280	4,062,604	0,026818162	2,71	19462	66662	2215015	3	3981	16888	3.42519577	0,85026108
92	0,161085	3943.310	123.832	3,943,310	0,025738772	2,44	14722	47200	1588058	3	3228	12807	3.20588178	0,85646938
93	0,170888	3818.378	102.705	3,818,378	0,024695560	2,16	10827	32478	1116713	3	2573	9078	2.97218835	0,86256886
94	0,1811310	3687.673	84.333	3,687,673	0,023683337	1,88	7934	21550	748688	2	2022	7105	2.71630385	0,86856368
95	0,1918464	3552.340	68.987	3,552,340	0,02269878	1,54	5587	13617	474181	2	1588	5073	2.43284225	0,874462311
96	0,2030585	3423.343	56.532	3,453,343	0,021746225	1,18	3784	8020	276238	2	1258	3475	2.11860114	0,880287883
97	0,2148186	3298.811	46.162	3,354,811	0,020827235	0,82	2578	4234	141262	1	989	2216	1.78064480	0,886051284
98	0,2271882	3178.648	38.815	3,256,648	0,020141572	0,45	1788	1857	57532	1	748	1227	1.42883834	0,89178808
99	0,2402000	3062.754	22.261	3,158,754	0,01968704	0,10	908	558	14040	1	441	488	1.06615428	0,897502885
100	1,0000000	2.473	2.473	2.473	0,019488094	1,00	48	48	1237	1	47	47	1.00000000	0,90323457

COMMISSIONER'S STANDARD ORDINARY 1980 - MUJERES														
x	90% q(x)	l(x)	d(x)	l(x)	v(x)	VM	D(x)	N(x)	Tx	ex	C(x)	M(x)	a(x)	Ax
0	0,002601	10.000.000	26.010	10.000.000	1,00000000	76,57	10000000	242708106	770729332	77	25010	664954	24,27081063	0,066495359
1	0,000783	9.973.990	7.810	9.973.990	0,96153846	75,77	9590375	232708106	760742337	76	7220	639944	24,26475568	0,066727733
2	0,000729	9.966.180	7.265	9.966.180	0,92455621	74,83	9214294	223117731	750772252	75	6459	632724	24,21430570	0,068667609
3	0,000711	9.958.915	7.081	9.958.915	0,88899636	73,89	8853439	213903437	740809705	74	6053	626265	24,16049094	0,07073688
4	0,000693	9.951.834	6.897	9.951.834	0,85480419	72,94	8506870	205049998	730854330	73	5669	620212	24,10404856	0,072907192
5	0,000684	9.944.938	6.802	9.944.938	0,82192711	71,99	8174014	196543129	720905944	72	5376	614543	24,04487360	0,075182582
6	0,000657	9.938.135	6.529	9.938.135	0,79031453	71,04	7854253	188369115	710964408	72	4962	609167	23,98307297	0,077558935
7	0,000648	9.931.606	6.436	9.931.606	0,75991781	70,09	7547204	180514862	701029537	71	4702	604206	23,91811007	0,08005689
8	0,000630	9.925.170	6.253	9.925.170	0,73069021	69,13	7252225	172967658	691101149	70	4393	599503	23,85028946	0,082664733
9	0,000621	9.918.917	6.160	9.918.917	0,70258674	68,17	6968900	165715433	681179105	69	4161	595110	23,77928200	0,08539512
10	0,000612	9.912.758	6.067	9.912.758	0,67556417	67,22	6696704	158746533	671263267	68	3941	590949	23,70517419	0,088244725
11	0,000621	9.906.691	6.152	9.906.691	0,64958093	66,26	6435198	152049829	661353543	67	3843	587008	23,62784141	0,091218339
12	0,000648	9.900.539	6.416	9.900.539	0,62459705	65,30	6183847	145614632	651449928	66	3853	583165	23,54757812	0,094304636
13	0,000675	9.894.124	6.679	9.894.124	0,60057409	64,34	5942154	139430784	641552597	65	3857	579312	23,46468636	0,097491996
14	0,000720	9.887.445	7.119	9.887.445	0,57747508	63,39	5709753	133488630	631661812	64	3953	575456	23,37905467	0,100784706
15	0,000765	9.880.326	7.558	9.880.326	0,55526450	62,43	5486194	127778877	621777927	63	4036	571503	23,29098637	0,104171097
16	0,000810	9.872.768	7.997	9.872.768	0,53390818	61,48	5271151	122292683	611901380	62	4105	567467	23,20037411	0,107655297
17	0,000855	9.864.771	8.434	9.864.771	0,51337325	60,53	5064309	117021531	602032611	61	4163	563362	23,10710583	0,111241615
18	0,000882	9.856.336	8.693	9.856.336	0,49362812	59,58	4865365	111957222	592172058	60	4126	559199	23,01106452	0,114934549
19	0,000918	9.847.643	9.040	9.847.643	0,47464242	58,63	4674109	107091857	582320068	59	4126	555072	22,91171524	0,118754672
20	0,000945	9.838.603	9.297	9.838.603	0,45638695	57,69	4490210	102417748	572476945	58	4080	550946	22,80912263	0,122699497
21	0,000963	9.829.305	9.466	9.829.305	0,43883360	56,74	4313429	97927538	562642991	57	3994	546866	22,70294182	0,126782286
22	0,000981	9.819.840	9.633	9.819.840	0,42195539	55,80	4143534	93614109	552818418	56	3908	542872	22,59281637	0,131016747
23	0,000999	9.810.206	9.800	9.810.206	0,40572633	54,85	3980259	89470575	543003395	55	3823	538964	22,47858051	0,135409253
24	0,001026	9.800.406	10.055	9.800.406	0,39012147	53,91	3823349	85490315	533198089	54	3772	535141	22,36006144	0,139966449
25	0,001044	9.790.351	10.221	9.790.351	0,37511680	52,96	3672525	81666967	523402711	53	3687	531369	22,23727935	0,144687557
26	0,001071	9.780.130	10.475	9.780.130	0,36068923	52,02	3527587	77994441	513617470	53	3633	527682	22,10985322	0,149587228
27	0,001098	9.769.655	10.727	9.769.655	0,34681657	51,07	3388278	74466854	503842578	52	3577	524049	21,97778556	0,154665363
28	0,001134	9.758.928	11.067	9.758.928	0,33347747	50,13	3254383	71078576	494078286	51	3549	520472	21,84087826	0,159929581
29	0,001170	9.747.862	11.405	9.747.861	0,32065141	49,19	3125666	67824193	484324891	50	3516	516924	21,69912019	0,165380305
30	0,001215	9.736.457	11.830	9.736.456	0,30831867	48,24	3001931	64698527	474582732	49	3507	513407	21,55230119	0,171025617
31	0,001260	9.724.627	12.253	9.724.627	0,29646026	47,30	2882965	61696596	464852191	48	3493	509900	21,40039471	0,176866535
32	0,001305	9.712.374	12.675	9.712.374	0,28505794	46,36	2768589	58813631	455133691	47	3474	506407	21,24317690	0,182911665
33	0,001350	9.699.699	13.095	9.699.699	0,27409417	45,42	2658631	56045042	445427654	46	3451	502933	21,08041392	0,189169999
34	0,001422	9.686.604	13.774	9.686.604	0,26355209	44,48	2552925	53386411	435734502	45	3491	499482	20,91186148	0,195650928
35	0,001485	9.672.830	14.364	9.672.830	0,25341547	43,55	2451245	50833486	426054785	44	3500	495991	20,73782513	0,202342696
36	0,001584	9.658.466	15.299	9.658.466	0,24366872	42,61	2353466	48382241	416389137	43	3585	492491	20,55786656	0,209262159
37	0,001701	9.643.167	16.403	9.643.167	0,23429685	41,68	2259364	46028775	406738321	42	3695	488907	20,37245118	0,216391409
38	0,001836	9.626.764	17.675	9.626.764	0,22528543	40,75	2168770	43769411	397103355	41	3829	485212	20,18167827	0,223726624
39	0,001998	9.609.089	19.199	9.609.089	0,21662061	39,82	2081527	41600642	387485429	40	3999	481383	19,98563904	0,23126429
40	0,002178	9.589.890	20.887	9.589.890	0,20828904	38,90	1997469	39519115	377885939	39	4183	477384	19,78459422	0,238994372
41	0,002376	9.569.003	22.736	9.569.003	0,20027793	37,99	1916460	37521646	368306492	38	4378	473201	19,57862022	0,246913926
42	0,002583	9.546.267	24.658	9.546.267	0,19257493	37,08	1838372	35605186	358748857	38	4566	468822	19,36778288	0,255020412
43	0,002781	9.521.609	26.480	9.521.609	0,18516820	36,18	1763099	33766814	349214918	37	4715	464256	19,15196372	0,263318379
44	0,002988	9.495.130	28.371	9.495.130	0,17804635	35,28	1690573	32003715	339706549	36	4857	459542	18,93068852	0,271826063
45	0,003204	9.466.758	30.331	9.466.758	0,17119841	34,38	1620694	30313141	330225605	35	4993	454685	18,70380303	0,280549387
46	0,003420	9.436.427	32.273	9.436.427	0,16461386	33,49	1553367	28692447	320774012	34	5108	449692	18,47113666	0,289494904
47	0,003645	9.404.154	34.278	9.404.154	0,15828256	32,61	1488514	27139081	311353721	33	5217	444584	18,23233672	0,298676173
48	0,003897	9.369.876	36.514	9.369.876	0,15219476	31,73	1426046	25650567	301966706	32	5344	439367	17,98719350	0,308101249
49	0,004167	9.333.362	38.892	9.333.362	0,14634112	30,85	1365855	24224521	292615087	31	5473	434023	17,73579765	0,317766635
50	0,004464	9.294.470	41.491	9.294.470	0,14071262	29,98	1307849	22858666	283301171	30	5614	428550	17,47806064	0,327675725

COMMISSIONER'S STANDARD ORDINARY 1980 - MUJERES														
x	90% q(x)	l(x)	d(x)	l(x)	v(x)	VM	D(x)	N(x)	Tx	ex	C(x)	M(x)	a(x)	Ax
51	0,004779	9.252.979	44.220	9.252.979	0,13530059	29,12	1251934	21550817	274027447	30	5753	422937	17,21402647	0,337826813
52	0,005130	9.208.759	47.241	9.208.759	0,13009672	28,25	1198029	20298884	264796578	29	5910	417184	16,94356082	0,348225053
53	0,005535	9.161.518	50.709	9.161.518	0,12509300	27,40	1146042	19100854	255611439	28	6099	411274	16,66680394	0,358865033
54	0,005949	9.110.809	54.200	9.110.809	0,12028173	26,55	1095864	17954813	246475275	27	6269	405175	16,38416243	0,369731096
55	0,006381	9.056.609	57.790	9.056.609	0,11565551	25,71	1047447	16858949	237391566	26	6427	398906	16,09527974	0,380836939
56	0,006813	8.998.819	61.309	8.998.819	0,11120722	24,88	1000734	15811502	228363852	25	6556	392480	15,79991016	0,392191994
57	0,007227	8.937.510	64.591	8.937.510	0,10693002	24,05	955688	14810768	219395688	25	6641	385924	15,49749096	0,403817885
58	0,007623	8.872.918	67.638	8.872.918	0,10281733	23,22	912290	13855080	210490474	24	6687	379283	15,18714812	0,415748213
59	0,008046	8.805.280	70.847	8.805.280	0,09886282	22,40	870515	12942790	201651374	23	6735	372596	14,86797260	0,428017922
60	0,008523	8.734.433	74.444	8.734.433	0,09506040	21,58	830299	12072275	192881518	22	6804	365861	14,53967774	0,440638013
61	0,009117	8.659.989	78.953	8.659.989	0,09140423	20,77	791560	11241977	184184307	21	6939	359057	14,20231115	0,453606623
62	0,009864	8.581.036	84.643	8.581.036	0,08788868	19,96	754176	10450417	175563794	20	7153	352118	13,85673545	0,466890529
63	0,010818	8.496.393	91.914	8.496.393	0,08450835	19,16	718016	9696241	167025079	20	7469	344965	13,50421039	0,480441223
64	0,011925	8.404.479	100.223	8.404.479	0,08125803	18,37	682931	8978225	158574643	19	7831	337496	13,14659872	0,494186986
65	0,013131	8.304.256	109.043	8.304.256	0,07813272	17,59	648834	8295294	150220276	18	8192	329665	12,78492287	0,50808842
66	0,014400	8.195.212	118.011	8.195.212	0,07512762	16,82	615687	7646460	141970542	17	8525	321473	12,41939891	0,52213714
67	0,015687	8.077.201	126.707	8.077.201	0,07223809	16,07	583482	7030773	133834335	17	8801	312948	12,04969041	0,536346008
68	0,016956	7.950.494	134.809	7.950.494	0,06945970	15,33	552239	6447291	125820488	16	9004	304147	11,67482095	0,550752502
69	0,018324	7.815.686	143.215	7.815.686	0,06678818	14,59	521995	5895052	117937398	15	9197	295143	11,29330303	0,565413758
70	0,019899	7.672.471	152.675	7.672.471	0,06421940	13,86	492721	5373057	110193319	14	9428	285946	10,90485573	0,580340467
71	0,021807	7.519.797	163.984	7.519.797	0,06174942	13,14	464343	4880335	102597186	14	9736	276519	10,51019227	0,595505041
72	0,024183	7.355.812	177.886	7.355.812	0,05937445	12,44	436747	4415992	95159381	13	10156	266782	10,11109255	0,610838804
73	0,027099	7.177.927	194.515	7.177.927	0,05709081	11,74	409794	3979245	87892512	12	10678	256627	9,71036194	0,626233563
74	0,030537	6.983.412	213.252	6.983.412	0,05489501	11,07	383354	3569451	80811842	12	11256	245949	9,31109786	0,641569805
75	0,034416	6.770.160	233.002	6.770.160	0,05278367	10,42	357354	3186097	73935057	11	11826	234692	8,91580367	0,656750797
76	0,038673	6.537.158	252.812	6.537.158	0,05075353	9,79	331784	2828743	67281398	10	12338	222867	8,52586187	0,671722842
77	0,043236	6.284.346	271.710	6.284.346	0,04880147	9,19	306685	2496959	60870646	10	12750	210529	8,14176273	0,686466474
78	0,048105	6.012.636	289.238	6.012.636	0,04692449	8,60	282140	2190274	54722155	9	13050	197779	7,76307767	0,700997459
79	0,053415	5.723.398	305.715	5.723.398	0,04511970	8,04	258238	1908134	48854137	9	13263	184729	7,38905108	0,715343979
80	0,059391	5.417.683	321.762	5.417.683	0,04338433	7,49	235043	1649896	43283596	8	13423	171466	7,01956309	0,729509488
81	0,066240	5.095.921	337.554	5.095.921	0,04171570	6,96	212580	1414853	38026794	7	13540	158043	6,65563015	0,743453302
82	0,074160	4.758.368	352.881	4.758.368	0,04011125	6,46	190864	1202273	33099650	7	13610	144504	6,29910829	0,757101861
83	0,083277	4.405.487	366.876	4.405.487	0,03856851	5,97	169913	1011409	28517722	6	13606	130893	5,95251081	0,7703555
84	0,093429	4.038.611	377.323	4.038.611	0,03708510	5,52	149772	841496	24295673	6	13455	117288	5,61850335	0,783107569
85	0,104490	3.661.288	382.568	3.661.288	0,03565875	5,08	130557	691724	20445723	6	13117	103833	5,29825406	0,795307672
86	0,116361	3.278.720	381.515	3.278.720	0,03428726	4,68	112418	561167	16975719	5	12578	90716	4,99177477	0,806947973
87	0,128988	2.897.205	373.705	2.897.205	0,03296852	4,29	95517	448749	13887757	5	11847	78138	4,69812419	0,818054536
88	0,142362	2.523.500	359.251	2.523.500	0,03170050	3,93	79996	353232	11177405	4	10950	66291	4,41560984	0,828678269
89	0,156546	2.164.250	338.805	2.164.250	0,03048125	3,58	65969	273236	8833530	4	9930	55341	4,14188065	0,838889369
90	0,171675	1.825.445	313.383	1.825.445	0,02930890	3,25	53502	207267	6838682	4	8832	45411	3,87401787	0,848770583
91	0,187983	1.512.062	284.242	1.512.062	0,02818163	2,92	42612	153765	5169929	3	7702	36579	3,60846114	0,858414761
92	0,205929	1.227.820	252.844	1.227.820	0,02709772	2,59	33271	111153	3799988	3	6588	28877	3,34081624	0,867923149
93	0,226359	974.976	220.695	974.976	0,02605550	2,27	25403	77882	2698590	3	5529	22289	3,06578238	0,877391412
94	0,251379	754.282	189.611	754.282	0,02505337	1,93	18897	52478	1833961	2	4568	16760	2,77701629	0,88688173
95	0,285588	564.671	161.263	564.671	0,02408978	1,58	13603	33581	1174485	2	3735	12192	2,46866830	0,896285303
96	0,338166	403.408	136.419	403.408	0,02316325	1,21	9344	19978	690446	2	3038	8457	2,13800300	0,905008198
97	0,427473	266.989	114.131	266.989	0,02227235	0,83	5946	10634	355247	1	2444	5418	1,78824767	0,911168853
98	0,590265	152.858	90.227	152.858	0,02141572	0,45	3274	4687	145324	1	1858	2974	1,43185835	0,908503193
99	0,900000	62.631	56.368	62.631	0,02059204	0,10	1290	1414	37579	1	1116	1116	1,09615394	0,865384523
100	1,000000	6.263	6.263	6.263	0,01980004	1,00	124	124	3132	0	0	0	1,00000000	0

Group Annuity Mortalidad - GAM'71 - Hombres													
x	qx	px	lx	dx	D(x)	N(x)	VM	T(x)	e(x)	C(x)	M(x)	a(x)	A(x)
0	0,00167	0,99833	100000	167	100.000	2.428.050	75	7462082	75	161	6.613	24,28050	0,06613
1	0,00043	0,99957	99833	43	95.993	2.328.050	74	7362166	74	40	6.453	24,25227	0,06722
2	0,00040	0,99960	99790	40	92.262	2.232.057	73	7262354	73	35	6.413	24,19271	0,06951
3	0,00039	0,99961	99751	39	88.678	2.139.795	72	7162584	72	33	6.378	24,12997	0,07192
4	0,00038	0,99962	99711	38	85.234	2.051.117	71	7062853	71	31	6.345	24,06461	0,07444
5	0,00046	0,99954	99674	45	81.924	1.965.883	70	6963160	70	36	6.314	23,99631	0,07706
6	0,00042	0,99958	99628	42	78.738	1.883.959	69	6863509	69	32	6.278	23,92707	0,07973
7	0,00040	0,99960	99586	40	75.677	1.805.221	68	6763902	68	29	6.245	23,85427	0,08253
8	0,00039	0,99961	99546	39	72.737	1.729.544	67	6664337	67	27	6.216	23,77802	0,08546
9	0,00039	0,99961	99507	39	69.912	1.656.807	66	6564810	66	26	6.189	23,69843	0,08852
10	0,00039	0,99961	99468	39	67.197	1.586.895	65	6465323	65	25	6.163	23,61556	0,09171
11	0,00040	0,99960	99429	39	64.587	1.519.698	65	6365874	64	25	6.137	23,52936	0,09502
12	0,00041	0,99960	99390	40	62.079	1.455.111	64	6266465	63	24	6.113	23,43984	0,09847
13	0,00041	0,99959	99349	41	59.667	1.393.032	63	6167095	62	24	6.089	23,34689	0,10204
14	0,00042	0,99958	99308	42	57.348	1.333.366	62	6067766	61	23	6.065	23,25036	0,10576
15	0,00043	0,99957	99267	43	55.119	1.276.017	61	5968479	60	23	6.042	23,15015	0,10961
16	0,00044	0,99956	99224	44	52.976	1.220.898	60	5869234	59	23	6.019	23,04613	0,11361
17	0,00046	0,99954	99180	45	50.916	1.167.922	59	5770032	58	22	5.996	22,93816	0,11776
18	0,00047	0,99953	99134	47	48.935	1.117.006	58	5670875	57	22	5.974	22,82612	0,12207
19	0,00049	0,99951	99087	48	47.031	1.068.070	57	5571765	56	22	5.951	22,70986	0,12654
20	0,00050	0,99950	99039	50	45.200	1.021.039	56	5472701	55	22	5.930	22,58923	0,13118
21	0,00052	0,99948	98990	52	43.440	975.839	55	5373687	54	22	5.908	22,46410	0,13600
22	0,00054	0,99946	98938	54	41.747	932.399	54	5274723	53	22	5.886	22,33433	0,14099
23	0,00057	0,99943	98884	56	40.120	890.652	53	5175812	52	22	5.864	22,19978	0,14616
24	0,00059	0,99941	98828	58	38.555	850.532	52	5076956	51	22	5.842	22,06025	0,15153
25	0,00062	0,99938	98770	61	37.050	811.977	51	4978157	50	22	5.820	21,91562	0,15709
26	0,00065	0,99935	98709	64	35.603	774.927	50	4879418	49	22	5.798	21,76571	0,16286
27	0,00068	0,99932	98644	67	34.211	739.324	49	4780742	48	23	5.776	21,61039	0,16883
28	0,00072	0,99928	98577	71	32.873	705.112	48	4682131	47	23	5.753	21,44948	0,17502
29	0,00076	0,99924	98506	75	31.586	672.239	47	4583590	47	23	5.731	21,28282	0,18143
30	0,00081	0,99919	98431	80	30.348	640.653	46	4485122	46	24	5.707	21,11024	0,18807
31	0,00086	0,99914	98351	85	29.157	610.305	45	4386731	45	24	5.684	20,93158	0,19494
32	0,00092	0,99908	98266	90	28.012	581.148	44	4288422	44	25	5.660	20,74669	0,20205
33	0,00098	0,99902	98176	96	26.910	553.136	43	4190201	43	25	5.635	20,55539	0,20941
34	0,00105	0,99895	98080	103	25.849	526.227	42	4092073	42	26	5.610	20,35751	0,21702
35	0,00112	0,99888	97978	110	24.829	500.377	41	3994044	41	27	5.584	20,15289	0,22489
36	0,00120	0,99880	97868	118	23.847	475.548	40	3896121	40	28	5.557	19,94138	0,23302
37	0,00130	0,99871	97750	127	22.903	451.701	39	3798312	39	29	5.529	19,72278	0,24143
38	0,00140	0,99860	97623	136	21.993	428.799	38	3700625	38	30	5.501	19,49694	0,25012
39	0,00151	0,99849	97487	147	21.118	406.805	37	3603070	37	31	5.471	19,26373	0,25909
40	0,00163	0,99837	97340	159	20.275	385.688	37	3505657	36	32	5.441	19,02299	0,26835
41	0,00179	0,99821	97181	174	19.463	365.413	36	3408396	35	33	5.409	18,77456	0,27790
42	0,00200	0,99800	97007	194	18.681	345.950	35	3311302	34	36	5.375	18,51868	0,28774
43	0,00226	0,99774	96813	219	17.927	327.269	34	3214392	33	39	5.339	18,25594	0,29785
44	0,00257	0,99743	96594	248	17.198	309.342	33	3117689	32	42	5.300	17,98682	0,30820
45	0,00292	0,99708	96346	282	16.494	292.144	32	3021219	31	46	5.258	17,71180	0,31878
46	0,00332	0,99668	96065	319	15.814	275.649	31	2925013	30	50	5.212	17,43120	0,32957
47	0,00375	0,99625	95746	359	15.155	259.836	30	2829108	30	55	5.161	17,14534	0,34056
48	0,00423	0,99577	95386	403	14.517	244.681	29	2733542	29	59	5.107	16,85442	0,35175
49	0,00474	0,99526	94983	450	13.900	230.164	28	2638357	28	63	5.047	16,55861	0,36313
50	0,00529	0,99472	94533	500	13.302	216.264	27	2543599	27	68	4.984	16,25802	0,37469
51	0,00587	0,99413	94033	552	12.723	202.962	27	2449316	26	72	4.917	15,95265	0,38644
52	0,00648	0,99352	93482	606	12.162	190.239	26	2355559	25	76	4.845	15,64253	0,39836
53	0,00713	0,99287	92876	662	11.618	178.077	25	2262380	24	80	4.769	15,32755	0,41048
54	0,00781	0,99219	92214	720	11.092	166.459	24	2169835	24	83	4.689	15,00762	0,42278
55	0,00852	0,99148	91494	779	10.582	155.368	23	2077981	23	87	4.606	14,68253	0,43529

Group Annuity Mortalidad - GAM'71 - Hombres													
x	qx	px	lx	dx	D(x)	N(x)	VM	T(x)	e(x)	C(x)	M(x)	a(x)	A(x)
56	0,00926	0,99074	90715	840	10.088	144.786	22	1986877	22	90	4.519	14,35210	0,44800
57	0,01004	0,98996	89874	902	9.610	134.698	22	1896582	21	93	4.430	14,01600	0,46092
58	0,01089	0,98911	88972	969	9.148	125.087	21	1807159	20	96	4.337	13,67391	0,47408
59	0,01192	0,98808	88003	1049	8.700	115.939	20	1718671	20	100	4.241	13,32597	0,48746
60	0,01312	0,98688	86954	1141	8.266	107.239	19	1631192	19	104	4.141	12,97371	0,50101
61	0,01444	0,98556	85813	1239	7.844	98.973	19	1544809	18	109	4.037	12,61820	0,51468
62	0,01586	0,98414	84574	1342	7.433	91.130	18	1459615	17	113	3.928	12,25996	0,52846
63	0,01741	0,98259	83233	1449	7.034	83.697	17	1375712	17	118	3.815	11,89911	0,54234
64	0,01919	0,98082	81783	1569	6.646	76.663	16	1293204	16	123	3.697	11,53595	0,55631
65	0,02126	0,97874	80214	1705	6.267	70.017	16	1212205	15	128	3.574	11,17172	0,57032
66	0,02364	0,97636	78509	1856	5.898	63.750	15	1132844	14	134	3.446	10,80838	0,58429
67	0,02632	0,97368	76653	2017	5.537	57.852	14	1055263	14	140	3.312	10,44773	0,59816
68	0,02919	0,97081	74635	2178	5.184	52.314	14	979618,8	13	145	3.172	10,09120	0,61188
69	0,03244	0,96757	72457	2350	4.839	47.130	13	906072,5	13	151	3.027	9,73911	0,62542
70	0,03611	0,96389	70107	2531	4.502	42.291	12	834790,6	12	156	2.876	9,39335	0,63872
71	0,04001	0,95999	67576	2704	4.173	37.789	12	765949,4	11	161	2.719	9,05606	0,65169
72	0,04383	0,95617	64872	2843	3.852	33.616	11	699725,6	11	162	2.559	8,72747	0,66433
73	0,04749	0,95251	62029	2946	3.541	29.764	11	636275,1	10	162	2.397	8,40493	0,67673
74	0,05122	0,94878	59083	3026	3.243	26.223	10	575719,1	10	160	2.235	8,08508	0,68904
75	0,05529	0,94471	56057	3100	2.959	22.980	10	518149,1	9	157	2.075	7,76628	0,70130
76	0,06007	0,93993	52957	3181	2.688	20.021	9	463642	9	155	1.918	7,44880	0,71351
77	0,06592	0,93408	49776	3281	2.429	17.333	9	412275,2	8	154	1.763	7,13536	0,72556
78	0,07260	0,92741	46495	3375	2.182	14.904	8	364139,6	8	152	1.609	6,83111	0,73727
79	0,07969	0,92031	43120	3436	1.946	12.722	8	319332,4	7	149	1.456	6,53905	0,74850
80	0,08743	0,91257	39683	3470	1.722	10.776	8	277931	7	145	1.307	6,25944	0,75925
81	0,09545	0,90456	36214	3456	1.511	9.055	7	239982,5	7	139	1.162	5,99387	0,76947
82	0,10369	0,89631	32757	3397	1.314	7.544	7	205497	6	131	1.024	5,74164	0,77917
83	0,11230	0,88770	29361	3297	1.132	6.230	6	174438	6	122	893	5,50179	0,78839
84	0,12112	0,87888	26063	3157	967	5.098	6	146726	6	113	770	5,27416	0,79715
85	0,13010	0,86990	22907	2980	817	4.131	6	122241	5	102	658	5,05770	0,80547
86	0,13932	0,86069	19926	2776	683	3.314	6	100824,4	5	92	556	4,85115	0,81342
87	0,14871	0,85129	17150	2551	565	2.631	5	82285,97	5	81	464	4,65350	0,82102
88	0,15849	0,84151	14600	2314	463	2.066	5	66410,81	5	71	383	4,46341	0,82833
89	0,16871	0,83129	12286	2073	374	1.603	5	52967,84	4	61	313	4,28032	0,83537
90	0,17945	0,82055	10213	1833	299	1.228	5	41718,19	4	52	252	4,10390	0,84216
91	0,19049	0,80951	8380	1596	236	929	4	32421,32	4	43	200	3,93402	0,84869
92	0,20168	0,79832	6784	1368	184	693	4	24839,04	4	36	157	3,76941	0,85502
93	0,21299	0,78701	5416	1154	141	509	4	18739,07	3	29	122	3,60782	0,86124
94	0,22654	0,77347	4262	966	107	368	4	13899,96	3	23	93	3,44610	0,86746
95	0,24116	0,75884	3297	795	79	261	4	10120,38	3	18	69	3,28903	0,87350
96	0,25620	0,74380	2502	641	58	182	3	7221,127	3	14	51	3,13716	0,87934
97	0,27248	0,72752	1861	507	41	124	3	5039,881	3	11	37	2,98825	0,88507
98	0,29016	0,70984	1354	393	29	82	3	3432,622	3	8	26	2,84222	0,89068
99	0,30913	0,69088	961	297	20	53	3	2275,279	2	6	18	2,69909	0,89619
100	0,32983	0,67018	664	219	13	34	3	1462,864	2	4	12	2,55770	0,90163
101	0,35246	0,64755	445	157	8	20	3	908,4581	2	3	8	2,41729	0,90703
102	0,37722	0,62278	288	109	5	12	2	541,9436	2	2	5	2,27627	0,91245
103	0,40621	0,59380	179	73	3	7	2	308,1764	2	1	3	2,13128	0,91803
104	0,44150	0,55850	107	47	2	4	2	165,1912	2	1	2	1,98138	0,92379
105	0,48518	0,51482	60	29	1	2	2	82,16733	1	0	1	1,82744	0,92971
106	0,53934	0,46066	31	17	0	1	2	37,098	1	0	0	1,67154	0,93571
107	0,60607	0,39393	14	9	0	0	2	14,72509	1	0	0	1,51609	0,94169
108	0,68744	0,31256	6	4	0	0	1	4,889659	1	0	0	1,36250	0,94760
109	0,78556	0,21445	2	1	0	0	1	1,241363	1	0	0	1,20620	0,95361
110	1,00000	0,00000	0	0	0	0	1	0,186301	1	0	0	1,00000	0,96154

Group Annuity Mortalidad - GAM'71 - Mujeres													
x	qx	px	lx	dx	D(x)	N(x)	VM	T(x)	e(x)	C(x)	M(x)	a(x)	A(x)
0	0,00087	0,99913	100000	87	100.000	2.472.162	82	8.227.069	82	83	4917	24,72162	0,04917
1	0,00026	0,99974	99913	26	96.070	2.372.162	81	8.127.026	81	24	4833	24,69189	0,05031
2	0,00024	0,99976	99887	24	92.351	2.276.091	80	8.027.099	80	22	4809	24,64600	0,05208
3	0,00024	0,99976	99863	24	88.778	2.183.740	79	7.927.200	79	20	4788	24,59782	0,05393
4	0,00023	0,99977	99839	23	85.343	2.094.962	78	7.827.325	78	19	4768	24,54755	0,05586
5	0,00023	0,99977	99816	23	82.042	2.009.619	77	7.727.474	77	18	4749	24,49511	0,05788
6	0,00019	0,99981	99793	19	78.868	1.927.578	76	7.627.647	76	15	4730	24,44063	0,05998
7	0,00016	0,99984	99774	16	75.820	1.848.710	75	7.527.844	75	12	4716	24,38296	0,06219
8	0,00014	0,99986	99757	14	72.892	1.772.890	74	7.428.062	74	10	4704	24,32222	0,06453
9	0,00013	0,99987	99743	13	70.078	1.699.998	73	7.328.298	73	9	4694	24,25858	0,06698
10	0,00013	0,99987	99730	13	67.374	1.629.920	72	7.228.548	72	9	4685	24,19216	0,06953
11	0,00014	0,99986	99717	14	64.774	1.562.546	71	7.128.812	71	9	4676	24,12303	0,07219
12	0,00016	0,99985	99702	15	62.274	1.497.772	70	7.029.088	71	9	4667	24,05140	0,07495
13	0,00017	0,99983	99687	17	59.869	1.435.498	69	6.929.378	70	10	4658	23,97717	0,07780
14	0,00018	0,99982	99670	18	57.557	1.375.629	68	6.829.682	69	10	4648	23,90025	0,08076
15	0,00019	0,99981	99652	19	55.333	1.318.072	67	6.730.003	68	10	4638	23,82054	0,08383
16	0,00021	0,99980	99633	20	53.195	1.262.738	66	6.630.341	67	10	4628	23,73795	0,08700
17	0,00022	0,99978	99613	22	51.138	1.209.543	65	6.530.698	66	11	4618	23,65231	0,09030
18	0,00023	0,99977	99591	23	49.161	1.158.405	64	6.431.074	65	11	4607	23,56354	0,09371
19	0,00025	0,99976	99568	24	47.259	1.109.244	63	6.331.472	64	11	4596	23,47151	0,09725
20	0,00026	0,99974	99544	26	45.430	1.061.985	62	6.231.892	63	11	4585	23,37609	0,10092
21	0,00028	0,99973	99518	27	43.672	1.016.555	61	6.132.335	62	12	4573	23,27719	0,10472
22	0,00029	0,99971	99490	29	41.980	972.883	60	6.032.804	61	12	4562	23,17465	0,10867
23	0,00031	0,99969	99461	31	40.354	930.902	59	5.933.299	60	12	4550	23,06837	0,11275
24	0,00033	0,99967	99431	33	38.790	890.548	58	5.833.822	59	12	4538	22,95820	0,11699
25	0,00035	0,99965	99398	34	37.286	851.758	57	5.734.376	58	12	4526	22,84400	0,12138
26	0,00037	0,99963	99364	37	35.839	814.472	56	5.634.960	57	13	4513	22,72564	0,12594
27	0,00039	0,99961	99327	39	34.448	778.633	55	5.535.579	56	13	4501	22,60299	0,13065
28	0,00041	0,99959	99288	41	33.110	744.185	54	5.436.232	55	13	4488	22,47587	0,13554
29	0,00044	0,99956	99247	44	31.824	711.074	53	5.336.923	54	13	4475	22,34416	0,14061
30	0,00047	0,99953	99203	47	30.586	679.251	52	5.237.654	53	14	4461	22,20770	0,14586
31	0,00050	0,99950	99157	49	29.396	648.664	51	5.138.428	52	14	4447	22,06635	0,15129
32	0,00053	0,99947	99107	53	28.251	619.268	50	5.039.246	51	14	4433	21,91994	0,15693
33	0,00057	0,99943	99055	56	27.150	591.017	49	4.940.112	50	15	4419	21,76835	0,16276
34	0,00061	0,99939	98998	60	26.091	563.867	48	4.841.029	49	15	4404	21,61138	0,16879
35	0,00065	0,99935	98938	64	25.072	537.776	47	4.742.001	48	16	4389	21,44887	0,17504
36	0,00070	0,99930	98874	69	24.092	512.703	46	4.643.031	47	16	4373	21,28068	0,18151
37	0,00075	0,99925	98805	74	23.150	488.611	45	4.544.123	46	17	4357	21,10664	0,18821
38	0,00081	0,99919	98731	80	22.243	465.461	45	4.445.281	45	17	4340	20,92660	0,19513
39	0,00087	0,99913	98651	86	21.370	443.218	44	4.346.510	44	18	4323	20,74040	0,20229
40	0,00094	0,99906	98565	92	20.530	421.849	43	4.247.817	43	19	4305	20,54787	0,20970
41	0,00101	0,99899	98473	100	19.722	401.319	42	4.149.205	42	19	4287	20,34888	0,21735
42	0,00109	0,99891	98373	108	18.944	381.597	41	4.050.683	41	20	4267	20,14324	0,22526
43	0,00119	0,99881	98265	117	18.196	362.653	40	3.952.256	40	21	4247	19,93077	0,23343
44	0,00129	0,99871	98149	126	17.475	344.457	39	3.853.933	39	22	4227	19,71138	0,24187
45	0,00140	0,99860	98023	137	16.781	326.982	38	3.755.721	38	23	4205	19,48489	0,25058
46	0,00152	0,99848	97886	149	16.113	310.201	37	3.657.630	37	24	4183	19,25118	0,25957
47	0,00165	0,99835	97737	162	15.470	294.087	36	3.559.670	36	25	4159	19,01011	0,26884
48	0,00180	0,99820	97575	176	14.850	278.617	35	3.461.852	35	26	4134	18,76154	0,27840
49	0,00197	0,99803	97399	192	14.254	263.767	34	3.364.189	35	27	4109	18,50535	0,28826
50	0,00215	0,99785	97208	209	13.678	249.513	33	3.266.693	34	28	4082	18,24144	0,29841
51	0,00232	0,99768	96999	225	13.124	235.835	32	3.169.381	33	29	4053	17,96975	0,30886
52	0,00252	0,99748	96773	244	12.590	222.711	31	3.072.270	32	31	4024	17,68966	0,31963
53	0,00274	0,99726	96529	264	12.075	210.121	30	2.975.374	31	32	3994	17,40109	0,33073
54	0,00298	0,99702	96265	287	11.579	198.046	29	2.878.713	30	33	3962	17,10397	0,34216
55	0,00326	0,99674	95978	313	11.100	186.467	28	2.782.304	29	35	3929	16,79822	0,35391

Group Annuity Mortalidad - GAM'71 - Mujeres													
x	qx	px	lx	dx	D(x)	N(x)	VM	T(x)	e(x)	C(x)	M(x)	a(x)	A(x)
56	0,00357	0,99643	95666	342	10.639	175.366	28	2.686.170	28	37	3894	16,48382	0,36601
57	0,00395	0,99605	95324	376	10.193	164.728	27	2.590.333	27	39	3857	16,16093	0,37843
58	0,00439	0,99561	94947	417	9.762	154.535	26	2.494.821	26	41	3819	15,82986	0,39116
59	0,00490	0,99510	94531	463	9.346	144.773	25	2.399.666	25	44	3777	15,49103	0,40419
60	0,00549	0,99451	94067	516	8.942	135.427	24	2.304.903	25	47	3733	15,14490	0,41750
61	0,00616	0,99384	93551	576	8.551	126.485	23	2.210.578	24	51	3686	14,79189	0,43108
62	0,00690	0,99310	92975	641	8.171	117.934	22	2.116.739	23	54	3636	14,43241	0,44491
63	0,00771	0,99229	92334	712	7.803	109.762	21	2.023.443	22	58	3581	14,06674	0,45897
64	0,00861	0,99139	91622	789	7.445	101.960	21	1.930.753	21	62	3523	13,69502	0,47327
65	0,00956	0,99044	90833	869	7.097	94.515	20	1.838.737	20	65	3462	13,31746	0,48779
66	0,01057	0,98944	89964	950	6.759	87.417	19	1.747.469	19	69	3397	12,93385	0,50254
67	0,01162	0,98838	89014	1034	6.430	80.659	18	1.657.030	19	72	3328	12,54372	0,51755
68	0,01288	0,98712	87980	1133	6.111	74.228	17	1.567.498	18	76	3256	12,14663	0,53282
69	0,01446	0,98554	86847	1256	5.800	68.117	17	1.478.952	17	81	3180	11,74372	0,54832
70	0,01648	0,98352	85591	1410	5.497	62.317	16	1.391.478	16	87	3100	11,33742	0,56395
71	0,01900	0,98100	84180	1599	5.198	56.821	15	1.305.182	16	95	3013	10,93102	0,57958
72	0,02191	0,97809	82581	1809	4.903	51.622	14	1.220.202	15	103	2918	10,52830	0,59507
73	0,02511	0,97489	80772	2028	4.611	46.719	14	1.136.716	14	111	2814	10,13142	0,61033
74	0,02863	0,97137	78743	2255	4.323	42.108	13	1.054.930	13	119	2703	9,74131	0,62533
75	0,03239	0,96762	76489	2477	4.037	37.785	12	975.060	13	126	2584	9,35892	0,64004
76	0,03641	0,96359	74012	2695	3.756	33.748	12	897.332	12	132	2458	8,98423	0,65445
77	0,04077	0,95923	71317	2908	3.480	29.992	11	821.973	12	136	2327	8,61734	0,66856
78	0,04547	0,95453	68409	3111	3.210	26.511	10	749.203	11	140	2190	8,25874	0,68236
79	0,05062	0,94938	65299	3305	2.946	23.301	10	679.238	10	143	2050	7,90871	0,69582
80	0,05609	0,94392	61994	3477	2.690	20.355	9	612.287	10	145	1907	7,56813	0,70892
81	0,06185	0,93815	58517	3619	2.441	17.665	9	548.555	9	145	1762	7,23673	0,72166
82	0,06794	0,93206	54897	3729	2.202	15.224	8	488.228	9	144	1616	6,91384	0,73408
83	0,07435	0,92565	51168	3804	1.973	13.022	8	431.466	8	141	1473	6,59868	0,74620
84	0,08150	0,91850	47363	3860	1.756	11.049	7	378.396	8	138	1332	6,29032	0,75806
85	0,08918	0,91082	43503	3880	1.551	9.292	7	329.103	8	133	1194	5,99013	0,76961
86	0,09747	0,90253	39624	3862	1.359	7.741	7	283.660	7	127	1061	5,69786	0,78085
87	0,10645	0,89355	35762	3807	1.179	6.382	6	242.105	7	121	934	5,41341	0,79179
88	0,11623	0,88377	31955	3714	1.013	5.203	6	204.440	6	113	813	5,13677	0,80243
89	0,12689	0,87311	28241	3584	861	4.190	6	170.628	6	105	700	4,86803	0,81277
90	0,13858	0,86142	24657	3417	723	3.330	5	140.596	6	96	595	4,60740	0,82279
91	0,15119	0,84881	21240	3211	599	2.607	5	114.230	5	87	498	4,35523	0,83249
92	0,16508	0,83492	18029	2976	489	2.008	5	91.384	5	78	411	4,11099	0,84189
93	0,18040	0,81960	15053	2716	392	1.520	4	71.867	5	68	334	3,87512	0,85096
94	0,19735	0,80265	12337	2435	309	1.128	4	55.457	4	59	266	3,64828	0,85968
95	0,21613	0,78387	9902	2140	239	819	4	41.902	4	50	207	3,43140	0,86802
96	0,23697	0,76303	7762	1839	180	580	3	30.930	4	41	157	3,22585	0,87593
97	0,25806	0,74194	5923	1528	132	400	3	22.248	4	33	117	3,03381	0,88332
98	0,28024	0,71976	4394	1231	94	268	3	15.560	4	25	84	2,85085	0,89035
99	0,30468	0,69532	3163	964	65	174	3	10.550	3	19	58	2,67432	0,89714
100	0,33163	0,66837	2199	729	44	109	3	6.906	3	14	39	2,50431	0,90368
101	0,36136	0,63864	1470	531	28	66	2	4.342	3	10	25	2,34074	0,90997
102	0,39417	0,60583	939	370	17	38	2	2.606	3	7	16	2,18334	0,91603
103	0,43037	0,56963	569	245	10	20	2	1.482	3	4	9	2,03137	0,92187
104	0,47152	0,52848	324	153	5	10	2	791	2	2	5	1,88301	0,92758
105	0,51920	0,48080	171	89	3	5	2	391	2	1	3	1,73770	0,93317
106	0,57495	0,42505	82	47	1	2	2	175	2	1	1	1,59567	0,93863
107	0,64035	0,35966	35	22	1	1	1	69	2	0	0	1,45747	0,94394
108	0,71694	0,28306	13	9	0	0	1	23	2	0	0	1,32286	0,94912
109	0,80631	0,19369	4	3	0	0	1	6	2	0	0	1,18624	0,95438
110	1,00000	0,00000	1	1	0	0	1	1	2	0	0	1,00000	0,96154

La Autora

Títulos de Post grado

- Especialización en Dirección de Empresas de Salud, dictado en sede de la Universidad Austral, modulo nacional, desde el 29 de mayo de 1997 hasta el 3 de octubre de 1997. **Programa DIRES. -**
- Especialización en Dirección de Empresas de Salud, modulo internacional, dictado en sede del IESE (Instituto de Estudios Superiores de España), Barcelona, dependiente de la UNIVERSIDAD DE NAVARRA (España), entre los días 18 y 24 de octubre de 1997. **Programa DIRES. -**
- **Maestría Internacional en Gestión Actuarial de la Seguridad Social”:** dictada por Centro Iberoamericano de Estudios de la Seguridad Social (CIESS - México)-Universidad de Buenos Aires (UBA – Argentina): Finalizada diciembre 2013. Tesis aprobada el 18 de diciembre de 2014, calificación obtenida “Distinguido” (8). -
- **Especialización en Evaluación Universitaria:** dictado por la Universidad de Buenos Aires. Desarrollado entre los años 2019 y 2020. 384 horas. Aprobado. Pendiente de exposición del Trabajo Final Integrador.

Títulos de Grado

- **Contador Público:** Otorgado por la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de La Plata (UNLP). -
- **Licenciado en Administración:** Otorgado por la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de La Plata (UNLP). -

Actividad Docente

- Profesor Titular Ordinario con Dedicación Simple desde el 27-09-05 en la asignatura “Matemática Para Decisiones Empresarias” en la Facultad de Ciencias Económicas de la UNLP y con extensión a Semi dedicación desde el 12-05-2010 a la fecha. -
- Profesor titular por concurso de la Universidad Nacional de Quilmes, (UNQ) modalidad virtual, de la asignatura Matemática de las Operaciones Financieras, desde abril de 2009 a la fecha.

-

- Profesor del Post Grado “Maestría en Gestión de Salud Pública” en la Facultad de Ciencias Médicas de la UNLP, cohortes 2017-2018 y 2021-2022
- Docente de la Escuela de Negocios de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNLP, para el curso de mandos intermedios del Banco Nación, para la asignatura Análisis Financiero, ciclo académico 2018, 2019 y 2022.-

Distinciones – Premios

- Participante del curso “SIMULACIÓN BURSÁTIL” dictado en la Bolsa de Comercio de la ciudad de La Plata, durante los meses de mayo y junio de 2.000, obteniendo el **Primer Premio** del mismo. -
- Coordinador General del Equipo de Investigaciones que presentó el trabajo denominado “Evaluación de proyectos de inversión: Mejorando el análisis tradicional: Matemática Borrosa y opciones reales” obteniendo el **Premio José Fernando Carrizo**, en las XXIII Jornadas Nacionales de Profesores Universitarios de Matemática Financiera, desarrolladas en la sede de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires, durante los días 10 a 12 de octubre de 2002.-
- Coordinador y Tutor del trabajo denominado “Marketing Japonés” presentado al Congreso de ADENAG, que obtuviera el **Premio “Prof. Kasilari”**, edición 2004.-
- Coordinador General del Equipo de Investigaciones que presentó el trabajo denominado “Duration, Convexity e Inmunización” obteniendo el **Premio José Fernando Carrizo**, en las XXVII Jornadas Nacionales de Profesores Universitarios de Matemática Financiera, desarrolladas en la sede de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de La Pampa, durante los días 14,15 y 16 de octubre de 2006.-
- Coordinador de los trabajos: “Cobertura mediante Futuros y Opciones” y “Coberturas de los Riesgos Agrícolas mediante estrategias combinadas” que obtuvieran el **segundo y primer premio** respectivamente, en el concurso **Centenario** que organizara el Mercado a Término de Buenos Aires (MATba), en septiembre de 2007.-

Actividad Profesional

- Integrante de la Junta Directiva del Instituto de Postgrado e Investigación Técnica del Consejo Profesional de Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires, desde el año 2002 a la fecha.
- Presidente de la Delegación La Plata del Consejo Profesional de Ciencias Económicas de la Provincia de Buenos Aires, desde el 17-11-2003 al 14-11-2007.-
- Desempeño de la profesión en Ciencias Económicas de manera independiente en Estudio Profesional propio.
- Socio Fundador en la categoría de Miembro Pleno de la Asociación de Profesores Universitarios de Matemática Financiera (APUMF). -
- Socio de la Bolsa de Comercio de La Plata. -

Miembro de Jurados (Tesis - Concursos - Otros)

- Jurado docente titular en los concursos para la cobertura de cargos de Jefe de Trabajos Prácticos, Auxiliar docente, Ayudante diplomado y profesor Adjunto de las cátedras: **Matemática Financiera y Matemática Para las decisiones Empresarias**, de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de La Plata. -
- Jurado evaluador del XV° Congreso Nacional de Ciencias Económicas, llevado a cabo en la ciudad de Salta, entre los días 20 a 23 de octubre 2004.-
- Miembro del Comité Técnico de la carrera de Post Grado “Especialización en Contabilidad Superior y Auditoría”, que se dictara por convenio entre el Consejo Profesional de Ciencias Económicas –Delegación La Plata- y la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de La Plata. Aprobada por Disposición Resolutiva Consejo Superior de la UNLP N°32/08
- Jurado evaluador del Concurso de Investigación del Bicentenario, llevado a cabo en el marco de las Primeras Jornadas de Matemática para Decisiones Empresarias, llevado a cabo en la ciudad de La Plata, el 30-10-2010.-
- Jurado evaluador del Concurso de Investigación del Bicentenario, llevado a cabo en el marco de las Segundas Jornadas de Matemática para Decisiones Empresarias, llevado a cabo en la ciudad de La Plata, el 31-10-2011.-
- Jurado Titular de la Comisión Asesora para la provisión de cargo docente del Área: “Licenciatura en Comercio Internacional.” Campo Curricular: “Evaluación de Proyectos de Inversión.” Cargo: “Profesor Adjunto.” Perfil: “Docencia y Desarrollo Profesional.” Ref. 59. Realizado el 28-09-2011. Universidad Nacional de Quilmes.
- Jurado Titular de la Comisión Asesora para la provisión de cargo docente del Área: “Licenciatura en Comercio Internacional.” Campo Curricular: “Evaluación de Proyectos de Inversión.” Cargo: “Profesor Titular.” Perfil: “Docencia y Desarrollo Profesional.” Ref. 60. Realizado el: 28-09-2011. Universidad Nacional de Quilmes.
- Jurado docente titular del Concurso para la cobertura de cargos de Jefe de Auxiliares Docentes de la asignatura Contabilidad VII (Análisis de los Estados Contables), de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNLP, llevado a cabo el 30 de junio de 2015, que tramitara por Expediente N° 0900-003224/15. Resolución Consejo Directivo FCE N° 327/15.-
- Jurado docente titular del Concurso para la cobertura de cargos de Profesor Adjunto de la asignatura Matemática Para Decisiones Empresarias, de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNLP, llevado a cabo el 10 de julio de 2015, que tramitara por expediente 0900-003242/15.- Resolución Consejo Directivo FCE N° 330/15.
- Especialista externo en la evaluación de la Programación de Proyectos de Investigación UBACYT 2017, Modalidad I, marzo de 2017.-
- Jurado docente titular del Concurso para la cobertura de cargos de Profesor regular Titular, del Grupo de asignaturas Área Actuarial, de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. Resolución CS N° 6499/2017.-

- Jurado docente titular del Concurso para la cobertura de cargos de Profesor regular Asociado, del Grupo de asignaturas Área Actuarial, de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. Resolución C.S N° 7969/2017.-
- Jurado docente titular del Concurso para la cobertura de cargos de Profesor regular adjunto en la asignatura Cálculo Financiero de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. Resolución CS N° 106/2018
- Jurado docente titular del Concurso para la cobertura de cargos de Profesor regular Adjunto en la asignatura Cálculo Financiero de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. Resolución CS N° 109/2018
- Especialista externo en la evaluación de la Programación de Proyectos de Investigación UBACYT 2018, Modalidad II, marzo de 2018. Tema: “Aplicación de los conceptos y principales técnicas prospectivas en el análisis de inversión y actores económicos”.
- Jurado docente titular del Concurso para la cobertura de cargos de Profesor regular Adjunto, del Grupo de asignaturas Área Actuarial, de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. Resolución CS N° 2019-1855-E-UBA-REC.-
- Jurado docente titular del Concurso para la cobertura de cargos de Profesor regular Adjunto, del Grupo de asignaturas Área Actuarial, de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. Resolución CS N° 2019-95-E-UBA-REC.-
- Jurado docente suplente para la cobertura de cargo de Profesor Titular con dedicación simple, en la asignatura Administración Financiera de las carreras de Contador Público y Licenciatura en Ciencias de la Administración de la Facultad de Ciencias de la Administración de la Universidad Nacional de Entre Ríos. Resolución del C.D N° 187/2019 del 30 de mayo de 2019.
- Especialista externo en la evaluación de la Programación de Proyectos de Investigación UBACYT 2020, Modalidad I, desde marzo de 2020.-
- Evaluadora de la propuesta de material didáctico para la asignatura “Matemáticas” en el Comité Editorial designado por la Secretaría de Educación Virtual de la Universidad Nacional de Quilmes. Julio de 2020.-
- Jurado Evaluador Carpeta de Trabajo de la asignatura “Matemáticas” de la Tecnicatura Universitaria en Ciencias Empresariales - Departamento de Economía y Administración. Dictamen emitido en julio del 2020.
- Jurado calificador de la Primera Edición del Premio Consejo – Delegación Lomas de Zamora: “El rol del profesional en Ciencias Económicas en el Siglo XXI”. Diciembre 2020
- Jurado docente titular del Concurso para la cobertura de cargo de Profesor regular Titular, del Grupo de asignaturas Área Actuarial, de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. - Expediente EX-2020-02182340-UBA-DME#FCE. Resolución CS N° 13-2021
- Jurado docente suplente del Concurso para la cobertura de cargos de Profesor regular adjunto en la asignatura Cálculo Financiero de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. Resolución CS-2021-482-E-UBA-REC

- Jurado docente titular del Concurso para la cobertura de cargos de Profesor regular adjunto del grupo de asignaturas del Área Estadística de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. EX-2021-02137924- UBA-DME#FCE.

Libros publicados

- **Libro: “Decisiones Empresarias – Aplicaciones de Cálculo Financiero e Investigación de Operaciones”**. Editorial Osmar Buyatti (2008), 2ª Edición septiembre 2010.- ISBN N°: 978-987-1577-37-8
- **Libro: “Aplicaciones Prácticas de Cálculo Financiero e Investigación de Operaciones”** en coautoría con los integrantes de la cátedra Matemática para Decisiones Empresarias, editado por Librería Haber en julio de 2008, 2ª Edición julio 2010, 3º Edición 2013, 3º Edición corregidas 2015 y 2018.- ISBN: 978- 987- 95643- 32.
- **Libro: “Introducción a las Criptomonedas”**, en coautoría con el el Esp. Máximo de Oliveira y el Mg. Mario Cittadini. Publicado por la Editorial Académica Europea. Primera Edición septiembre 2019 (Registro N°: 90012088472) y por la Universidad Nacional de La Plata. Se puede consultar en el repositorio SEDICI: www.sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/74074.

Ha participado de numerosos congresos, seminarios y jornadas como expositor de trabajos y conferencista.

Cuenta además, con numerosas publicaciones de trabajos en diferentes revistas y sitios de interés, en el país y en el exterior.

Buzzi, Ana María

Cálculo actuarial del seguro de personas : nociones fundamentales / Ana María Buzzi ; prólogo de Leticia Martínez Martiñon. - 1a ed. - La Plata : Universidad Nacional de La Plata ; EDULP, 2022.

Libro digital, PDF - (Libros de cátedra)

Archivo Digital: descarga
ISBN 978-950-34-2182-6

1. Seguros. I. Martínez Martiñon, Leticia, prolog. II. Título.
CDD 332.38

Diseño de tapa: Dirección de Comunicación Visual de la UNLP

Universidad Nacional de La Plata – Editorial de la Universidad de La Plata
48 N.º 551-599 / La Plata B1900AMX / Buenos Aires, Argentina
+54 221 644 7150
edulp.editorial@gmail.com
www.editorial.unlp.edu.ar

Edulp integra la Red de Editoriales Universitarias Nacionales (REUN)

Primera edición, 2022
ISBN 978-950-34-2182-6
© 2022 - Edulp

S
sociales


Edulp
EDITORIAL DE LA UNLP



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE LA PLATA